17. Rekursion 2

Bau eines Taschenrechners, Formale Grammatiken, Extended Backus Naur Form (EBNF), Parsen von Ausdrücken

Motivation: Taschenrechner

Ziel: Bau eines Kommandozeilenrechners

Beispiel

Eingabe: `3 + 5`
Ausgabe: `8`
Eingabe: `3 / 5`
Ausgabe: `0.6`
Eingabe: `3 + 5 * 20`
Ausgabe: `103`
Eingabe: `(3 + 5) * 20`
Ausgabe: `160`
Eingabe: `-(3 + 5) + 20`
Ausgabe: `12`

- Binäre Operatoren +, -, *, / und Zahlen
- Fliesskommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++
- Klammerung
- Unärer Operator -

Naiver Versuch (ohne Klammern)

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

```
Eingabe 2 + 3 * 3 =
Ergebnis 15
```


Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

$$13 + \underbrace{4 * (15 - 7*}_{} 3) =$$

Muss gespeichert bleiben, damit jetzt ausgewertet werden kann!

Analyse des Problems

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von $C{+}{+}$unabhängiges) Handwerkszeug.

Formale Grammatiken

- Alphabet: endliche Menge von Symbolen
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen

Eine formale Grammatik definiert, welche Sätze gültig sind.

Zur Beschreibung der Grammatik verwenden wir:

Extended Backus Naur Form (EBNF)

Short Communications
Programming Languages

What Can We Do about the Unnecessary Diversity of Notation for Syntactic Definitions?

Niklaus Wirth
Federal Institute of Technology (ETH), Zürich, and
Xerox Palo Alto Research Center

Key Words and Phrases: syntactic description language, extended BNF
CR Categories: 4.20

The population of programming languages is steadily growing, and there is no end of this growth in sight. Many language definitions appear in journals, many are found in technical reports, and perhaps an even greater number remains confined to proprietary circles. After frequent exposure to these definitions, one cannot fail to notice the lack of “common denominators.” The only widely accepted fact is that the language structure is defined by a syntax. But even notation for syntactic description eludes any commonly agreed standard form, although the underlying ancestor is invariably the Backus-Naur Form of the Algol 60 report. As variations are often only slight, they become annoying for their very lack of an apparent motivation.

Out of sympathy with the troubled reader who is weary of adapting to a new variant of BNF each time another language definition appears, and without any claim for originality, I venture to submit a simple notation that has proven valuable and satisfactory in use. It has the following properties to recommend it:

1. The notation distinguishes clearly between meta-, terminal, and nonterminal symbols.
2. It does not exclude characters used as metasymbols from use as symbols of the language (as e.g. “|” in BNF).
3. It contains an explicit iteration construct, and thereby avoids the heavy use of recursion for expressing simple repetition.
4. It avoids the use of an explicit symbol for the empty string (such as ⟨empty⟩ or ϵ).
5. It is based on the ASCII character set.

This meta language can therefore conveniently be used to define its own syntax, which may serve here as an example of its use. The word *identifier* is used to denote *nonterminal symbol*, and *literal* stands for *terminal symbol*. For brevity, *identifier* and *character* are not defined in further detail.

```
syntax     = {production}.
production = identifier "=" expression ".".
expression = term {"|" term}.
term       = factor {factor}.
factor     = identifier | literal | "(" expression ")" |
             "[" expression "]" | "{" expression "}".
literal    = """" character {character} """".
```

Repetition is denoted by curly brackets, i.e. {a} stands for ϵ | a | aa | aaa | . . . . Optionality is expressed by square brackets, i.e. [a] stands for a | ϵ. Parentheses merely serve for grouping, e.g. (a|b)c stands for ac | bc. Terminal symbols, i.e. literals, are enclosed in quote marks (and, if a quote mark appears as a literal itself, it is written twice), which is consistent with common practice in programming languages.

Received January 1977; revised February 1977

Copyright © 1977, Association for Computing Machinery, Inc. General permission to republish, but not for profit, all or part of this material is granted provided that ACM's copyright notice is given and that reference is made to the publication, to its date of issue, and to the fact that reprinting privileges were granted by permission of the Association for Computing Machinery.

Author's present address: Xerox Corporation, Palo Alto Research Center, 3333 Coyote Hill Road, Palo Alto, CA 94304.

Communications of the ACM
November 1977
Volume 20
Number 11

Ausdrücke

-(3-(4-5))*(3+4*5)/6

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl , (Ausdruck)
  -Zahl, -(Ausdruck) — **Faktor**
- Faktor * Faktor, Faktor
  Faktor / Faktor , ... — **Term**
- Term + Term, Term
  Term - Term, ... — **Ausdruck**

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor     = unsigned_number
           | "(" expression ")"
           | "−" factor.
```


Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor ∗ Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor ∗ Faktor ∗ Faktor, Faktor / Faktor ∗ Faktor, ...
- ...

```
term = factor { "∗" factor | "/" factor }.
```


Die EBNF für Ausdrücke

```
factor     = unsigned_number
           | "(" expression ")"
           | "−" factor.

term       = factor { "∗" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term |"−" term }.
```


Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der EBNF gültig ist.
- **Parser:** Programm zum Parsen
- **Praktisch:** Aus der EBNF kann (fast) automatisch ein Parser generiert werden:
  - Regeln werden zu Funktionen
  - Alternativen und Optionen werden zu `if`–Anweisungen
  - Nichtterminale Symbole auf der rechten Seite werden zu Funktionsaufrufen
  - Optionale Repetitionen werden zu `while`–Anweisungen

Regeln

```
factor     = unsigned_number
           | "(" expression ")"
           | "−" factor.

term       = factor { "*" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term |"−" term }.
```


Funktionen (Parser)

Ausdruck wird aus einem Eingabestrom gelesen.

```
// POST: returns true if and only if in_stream = factor ...
//       and in this case extracts factor from in_stream
bool factor (std::istream& in_stream);

// POST: returns true if and only if in_stream = term ...,
//       and in this case extracts all factors from in_stream
bool term (std::istream& in_stream);

// POST: returns true if and only if in_stream = expression ...,
//       and in this case extracts all terms from in_stream
bool expression (std::istream& in_stream);
```


Funktionen (Parser mit Auswertung)

Ausdruck wird aus einem Eingabestrom gelesen.

```
// POST: extracts a factor from in_stream
//       and returns its value
double factor (std::istream& in_stream);

// POST: extracts a term from in_stream
//       and returns its value
double term (std::istream& in_stream);

// POST: extracts an expression from in_stream
//       and returns its value
double expression (std::istream& in_stream);
```


Vorausschau von einem Zeichen. . .

. . . um jeweils die richtige Alternative zu finden.

```
// POST: leading whitespace characters are extracted
//       from in_stream, and the first non−whitespace character
//       is returned (0 if there is no such character)
char lookahead (std::istream& in_stream)
{
    if (in_stream.eof())   // eof: end of file (checks if stream is finished)
        return 0;
    in_stream >> std::ws;  // skip all whitespaces
    if (in_stream.eof())
        return 0;          // end of stream
    return in_stream.peek(); // next character in in_stream
}
```

Rosinenpickerei

. . . um jeweils nur das gewünschte Zeichen zu extrahieren.

```
// POST: if expected matches the next lookahead then consume it
//       and return true; return false otherwise
bool consume (std::istream& in_stream, char expected)
{
    if (lookahead(in_stream) == expected){
        in_stream >> expected; // consume one character
        return true;
    }
    return false;
}
```


Faktoren auswerten

```
double factor (std::istream& in_stream)
{
    double value;
    if (consume(in_stream, '(')) {
        value = expression (in_stream);
        consume(in_stream, ')');
    } else if (consume(in_stream, '-')) {
        value = -factor (in_stream);
    } else {
        in_stream >> value;
    }
    return value;
}
```

```
factor = "(" expression ")"
       | "-" factor
       | unsigned_number.
```


Terme auswerten

```
double term (std::istream& in_stream)
{
    double value = factor (in_stream);
    while(true){
        if (consume(in_stream, '*'))
            value *= factor(in_stream);
        else if (consume(in_stream, '/'))
            value /= factor(in_stream)
        else
            return value;
    }
}
```

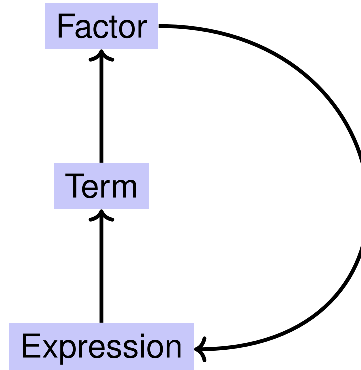
```
term = factor { "*" factor | "/" factor }.
```


Ausdrücke auswerten

```
double expression (std::istream& in_stream)
{
  double value = term(in_stream);
  while(true){
    if (consume(in_stream, '+'))
      value += term (in_stream);
    else if (consume(in_stream, '-'))
      value -= term(in_stream)
    else
      return value;
  }
}
```

```
expression = term { "+" term |"-" term }.
```

Rekursion!



EBNF — Und es funktioniert!

EBNF (`calculator.cpp`, Auswertung von links nach rechts):

```
factor     = unsigned_number
           | "(" expression ")"
           | "−" factor.

term       = factor { "∗" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term |"−" term }.
```

```
std::stringstream input ("1−2−3");
std::cout << expression (input) << "\n"; // −4
```


18. Structs

Rationale Zahlen, Struct-Definition

Rechnen mit rationalen Zahlen

- Rationale Zahlen ($\mathbb{Q}$) sind von der Form $\frac{n}{d}$ mit n und d in $\mathbb{Z}$
- C++hat keinen „eingebauten” Typ für rationale Zahlen

Ziel

Wir bauen uns selbst einen C++-Typ für rationale Zahlen! ☺

Vision

So könnte (wird) es aussehen

```
// input
std::cout << "Rational number r =? ";
rational r;
std::cin >> r;
std::cout << "Rational number s =? ";
rational s;
std::cin >> s;

// computation and output
std::cout << "Sum is " << r + s << ".\n";
```


Ein erstes Struct

Invariante: spezifiziert gültige Wertkombinationen (informell).

```
struct rational {
  int n;
  int d; // INV: d != 0
};
```

Member-Variable (numerator)

Member-Variable (denominator)

- `struct` definiert einen neuen *Typ*
- Formaler Wertebereich: *kartesisches Produkt* der Wertebereiche existierender Typen
- Echter Wertebereich: `rational` $\subsetneq$ `int` $\times$ `int`.

Zugriff auf Member-Variablen

```
struct rational {
    int n;
    int d; // INV: d != 0
};

rational add (rational a, rational b){
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

$$\frac{r_n}{r_d} := \frac{a_n}{a_d} + \frac{b_n}{b_d} = \frac{a_n \cdot b_d + a_d \cdot b_n}{a_d \cdot b_d}$$

Ein erstes Struct: Funktionalität

Ein `struct` definiert einen *Typ*, keine *Variable*!

```
// new type rational
struct rational {
   int n;
   int d; // INV: d != 0
};

// POST: return value is the sum of a and b
rational add (const rational a, const rational b)
{
  rational result;
  result.n =  a.n * b.d +  a.d * b.n;
  result.d = a.d * b.d;
  return result;
}
```

Bedeutung: jedes Objekt des neuen Typs ist durch zwei Objekte vom Typ `int` repräsentiert, die die Namen `n` und `d` tragen.

Member-Zugriff auf die `int`-Objekte von a.

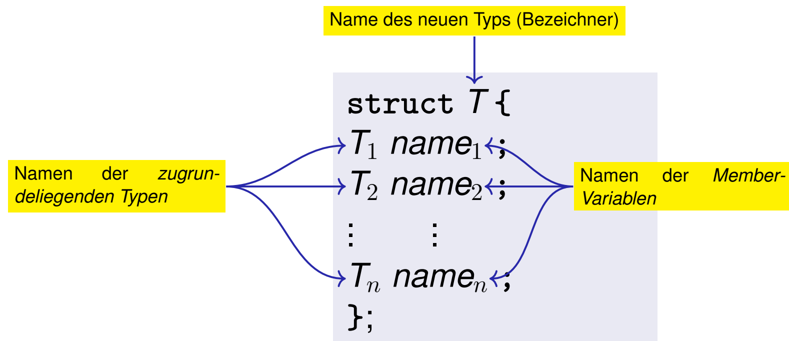
Eingabe

```
// Input r
rational r;
std::cout << "Rational number r:\n";
std::cout << " numerator =? ";
std::cin >> r.n;
std::cout << " denominator =? ";
std::cin >> r.d;

// Input s the same way
rational s;
...
```


Vision in Reichweite ...

```
// computation
const rational t = add (r, s);

// output
std::cout << "Sum is " << t.n << "/" << t.d << ".\n";
```


Struct-Definitionen



Wertebereich von T: $T_1 \times T_2 \times ... \times T_n$

Struct-Definitionen: Beispiele

```
struct rational_vector_3 {
  rational x;
  rational y;
  rational z;
};
```

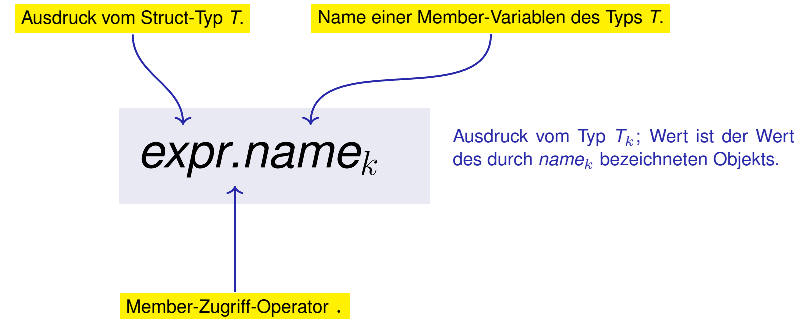
Zugrundeliegende Typen können fundamentale aber auch benutzerdefinierte Typen sein.

Struct-Definitionen: Beispiele

```
struct extended_int {
  // represents value if is_positive==true
  // and −value otherwise
  unsigned int value;
  bool is_positive;
};
```

Die zugrundeliegenden Typen können natürlich auch verschieden sein.

Structs: Member-Zugriff



Structs: Initialisierung und Zuweisung

Default-Initialisierung:

```
rational t;
```

- Member-Variablen von `t` werden default-initialisiert
- für Member-Variablen fundamentaler Typen passiert dabei nichts (Wert undefiniert)

Structs: Initialisierung und Zuweisung

Initialisierung:

```
rational t = {5, 1};
```

- Member-Variablen von `t` werden mit den Werten der Liste, entsprechend der Deklarationsreihenfolge, initialisiert.

Structs: Initialisierung und Zuweisung

Zuweisung:

```
rational s;
...
rational t = s;
```

- Den Member-Variablen von `t` werden die Werte der Member-Variablen von `s` zugewiesen.

Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
t.n           .n
    = add (r, s)     ;
t.d           .d
```

Initialisierung:

```
rational t = add (r, s);
```

- `t` wird mit dem Wert von `add(r, s)` initialisiert

Structs: Initialisierung und Zuweisung

Zuweisung:

```
rational t;
t = add (r, s);
```

- `t` wird default-initialisiert
- Der Wert von `add (r, s)` wird `t` zugewiesen

Structs: Initialisierung und Zuweisung

`rational s;` ⟵ Member-Variablen uninitialisiert (wird sich bald ändern)

`rational t = {1,5};` ⟵ *Memberweise* Initialisierung: `t.n = 1, t.d = 5`

`rational u = t;` ⟵ Memberweise Kopie

`t = u;` ⟵ Memberweise Kopie

`rational v = add (u,t);` ⟵ Memberweise Kopie

Structs vergleichen?

Für jeden fundamentalen Typ (`int`, `double`, ...) gibt es die Vergleichsoperatoren `==` und `!=` , aber nicht für Structs! Warum?

- Memberweiser Vergleich ergibt im allgemeinen keinen Sinn,...
- ...denn dann wäre z.B. $\frac{2}{3} \neq \frac{4}{6}$

Structs als Funktionsargumente

```
void increment(rational dest, const rational src)
{
    dest = add (dest, src); // veraendert nur lokale Kopie
}
```

Call by Value !

```
rational a;
rational b;
a.d = 1; a.n = 2;
b = a;
increment (b, a); // kein Effekt!
std::cout << b.n << "/" << b.d; // 1 / 2
```


Structs als Funktionsargumente

```
void increment(rational & dest, const rational src)
{
    dest = add (dest, src);
}
```

Call by Reference

```
rational a;
rational b;
a.d = 1; a.n = 2;
b = a;
increment (b, a);
std::cout << b.n << "/" << b.d; // 2 / 2
```


Benutzerdefinierte Operatoren

Statt

```
rational t = add(r, s);
```

würden wir lieber

```
rational t = r + s;
```

schreiben.

Das geht mit *Operator-Überladung* ($\rightarrow$ *nächste Woche*).