

### Beispiel

```
int a[5] = {3, 4, 6, 1, 2};
for (int* p = a; p < a+5; ++p)
    std::cout << *p << ' '; // 3 4 6 1 2
```

## 15. Zeiger, Algorithmen, Iteratoren und Container II

Iteration mit Zeigern, Felder: Indizes vs. Zeiger, Felder und Funktionen, Zeiger und const, Algorithmen, Container und Traversierung, Vektor-Iteratoren, Typedef, Mengen, das Iterator-Konzept

- Ein Feld ist in einen Zeiger auf sein erstes Element konvertierbar.
  - Zeiger kennen Arithmetik und Vergleiche.
  - Zeiger können dereferenziert werden.
- ⇒ Mit Zeigern kann man auf Feldern operieren.

### Feldargumente: *Call by (const) reference*

```
void print_vector (const int (&v)[3]) {
    for (int i = 0; i<3 ; ++i) {
        std::cout << v[i] << " ";
    }
}

void make_null_vector (int (&v)[3]) {
    for (int i = 0; i<3 ; ++i) {
        v[i] = 0;
    }
}
```

### Feldargumente: *Call by value (nicht wirklich...)*

```
void make_null_vector (int v[3]) {
    for (int i = 0; i<3 ; ++i) {
        v[i] = 0;
    }
}

...
int a[10];
make_null_vector (a); // setzt nur a[0], a[1], a[2]

int* b;
make_null_vector (b); // kein Feld bei b, Crash!
```

- Formale Argumenttypen  $T[n]$  oder  $T[]$  (Feld über  $T$ ) sind äquivalent zu  $T*$  (Zeiger auf  $T$ )
- Bei der Übergabe eines Feldes wird ein Zeiger auf das erste Element übergeben
- Längeninformation geht verloren
- Funktion kann keinen Feldausschnitt verarbeiten (Beispiel: Suche eines Elements nur im hinteren Teil des Feldes)

Konvention der Standard-Bibliothek: Übergabe eines Feldes (oder eines Feldausschnitts) mit zwei Zeigern:

- `begin`: Zeiger auf das erste Element
- `end`: Zeiger *hinter* das letzte Element
- `[begin, end)` bezeichnet die Elemente des Feldausschnitts
- *Gültiger* Bereich heisst: hier „leben“ wirklich Feldelemente
- `[begin, end)` ist leer, wenn `begin == end`

500

## Felder in (mutierenden) Funktionen: `fill`

```
// PRE: [begin, end) ist ein gueltiger Bereich
// POST: Jedes Element in [begin, end) wird auf value gesetzt
void fill (int* begin, int* end, int value) {
    for (int* p = begin; p != end; ++p)
        *p = value;
}
...
```

Erwartet Zeiger auf das erste Element eines Bereichs

```
int a[5];
fill (a, a+5, 1);
for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << a[i] << " ";
```

Übergabe der Adresse (des ersten Elements) von a

## Zeigerwerte sind keine Ganzzahlen

- Adressen können als „Hausnummern des Speichers“, also als Zahlen interpretiert werden.
- Ganzzahl- und Zeigerarithmetik verhalten sich aber unterschiedlich.

`ptr + 1` ist *nicht* die nächste Hausnummer, sondern die *s*-nächste, wobei *s* der Speicherbedarf eines Objekts des Typs ist, der `ptr` zugrundeliegt.

- Zeiger und Ganzzahlen sind nicht kompatibel:

```
int* ptr = 5; // Fehler: invalid conversion from int to int*
int a = ptr; // Fehler: invalid conversion from int* to int
```

502

501

# Null-Zeiger

- spezieller Zeigerwert, der angibt, dass noch auf kein Objekt gezeigt wird
- repräsentiert durch das Literal `nullptr` (konvertierbar nach `T*`)

```
int* iptr = nullptr;
```

- kann nicht dereferenziert werden (prüfbar zur Laufzeit)
- zur Vermeidung undefinierten Verhaltens

```
int* iptr; // iptr points into 'nirvana'  
int j = *iptr; // illegal address in *
```

# Zeigersubtraktion

- Wenn  $p1$  und  $p2$  auf Elemente desselben Arrays  $a$  mit Länge  $n$  zeigen
- und  $0 \leq k_1, k_2 \leq n$  die Indizes der Elemente sind, auf die  $p1$  und  $p2$  zeigen, so gilt

$p1 - p2$  hat den Wert  $k_1 - k_2$



Nur gültig, wenn  $p1$  und  $p2$  ins gleiche Feld zeigen.

- Die Zeigerdifferenz beschreibt, „wie weit die Elemente voneinander entfernt sind“

# Zeigeroperatoren

Beschreibung	Op	Stelligkeit	Prä-zedenz	Assoziativität	Zuordnung
Subskript	[ ]	2	17	links	R-Werte → L-Wert
Dereferenzierung	*	1	16	rechts	R-Wert → L-Wert
Adresse	&	1	16	rechts	L-Wert → R-Wert

Präzedenzen und Assoziativitäten von  $+$ ,  $-$ ,  $++$  (etc.) wie in Kapitel 2

# Funktionen mit/ohne Effekten

- Zeiger können (wie auch Referenzen) für Funktionen mit Effekt verwendet werden. Beispiel: `fill`
- Aber viele Funktionen haben keinen Effekt, sie lesen Daten nur
- $\Rightarrow$  Verwendung von `const`

Bisher, zum Beispiel:

```
int i = 0;  
const int& j = i;  
  
const int zero = 0;  
const int& nil = zero;
```

## Positionierung von Const

Zur Determinierung der Zugehörigkeit des `const` Modifiers:  
`const T` ist äquivalent zu `T const` und kann auch so geschrieben werden

```
const int zero = ... ⇔ int const zero = ...  
const int& nil = ... ⇔ int const& nil = ...
```

## Const und Zeiger

Lies Deklaration von rechts nach links

<code>int const a;</code>	a ist eine konstante Ganzzahl
<code>int const* a;</code>	a ist ein Zeiger auf eine konstante Ganzzahl
<code>int* const a;</code>	a ist ein konstanter Zeiger auf eine Ganzzahl
<code>int const* const a;</code>	a ist ein konstanter Zeiger auf eine konstante Ganzzahl

## Nicht-mutierende Funktionen: `min`

- Es gibt auch *nicht* mutierende Funktionen, die nur lesend auf Elemente eines Feldes zugreifen

```
// PRE: [begin, end) is a valid and nonempty range  
// POST: the smallest value in [begin, end) is returned  
int min (const int* begin, const int* end)  
{  
    assert (begin != end);  
    int m = *begin; // current minimum candidate  
    for (const int* p = ++begin; p != end; ++p)  
        if (*p < m) m = *p;  
    return m;  
}
```

- Kennzeichnung mit `const`: Objekte können durch solche `const`-Zeiger nicht im Wert verändert werden.

## `const` ist nicht absolut

- Der Wert an einer Adresse kann sich ändern, auch wenn ein `const`-Zeiger diese Adresse speichert.

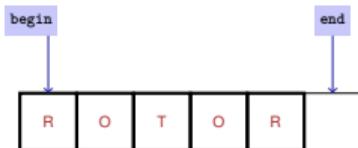
### beispiel

```
int a[5];  
const int* begin1 = a;  
int*      begin2 = a;  
*begin1 = 1;    // Fehler: *begin1 ist const  
*begin2 = 1;    // ok, obwohl sich damit auch *begin1 ändert
```

- `const` ist ein Versprechen lediglich aus Sicht des `const`-Zeigers, keine absolute Garantie.

## Wow – Palindrome!

```
// PRE: [begin end) is a valid range of characters
// POST: returns true if the range forms a palindrome
bool is_palindrome (const char* begin, const char* end) {
    while (begin < end)
        if (*(begin++) != *(--end)) return false;
    return true;
}
```



512

## Algorithmen

Vorteile der Verwendung der Standardbibliothek

- Einfachere Programme
- Weniger Fehlerquellen
- Guter, schneller Code
- Code unabhängig vom Datentyp (nächste Folie)
- Es existieren natürlich auch Algorithmen für schwierigere Probleme, wie z.B. das (effiziente) Sortieren eines Feldes

514

## Algorithmen

Für viele alltägliche Probleme existieren vorgefertigte Lösungen in der Standardbibliothek.

### Beispiel: Füllen eines Feldes

```
#include <algorithm> // needed for std::fill
...

int a[5];
std::fill (a, a+5, 1);

for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << a[i] << " "; // 1 1 1 1 1
```

513

## Algorithmen

Die gleichen vorgefertigten Algorithmen funktionieren für viele verschiedene Datentypen.

### Beispiel: Füllen eines Feldes

```
#include <algorithm> // needed for std::fill
...

char c[3];
std::fill (c, c+3, '!');

for (int i=0; i<3; ++i)
    std::cout << c[i]; // !!!
```

513

- Templates erlauben die Angabe eines Typs als Argument
- Der Compiler deduziert den passenden Typ aus den Aufrufargumenten

### Beispiel: fill mit Templates

```
template <typename T>
void fill(T* begin, T* end, T value) {
    for (T* p = begin; p != end; ++p)
        *p = value;
}
int a[5];
fill (a, a+5, 1); // 1 1 1 1 1

char c[3];
fill (c, c+3, '!'); // !!!
```

Die eckigen Klammern kennen wir schon von `std::vector<int>`. Vektoren sind auch als Templates realisiert.

Auch `std::fill` ist als Template realisiert!

516

## Werkzeuge zur Traversierung

- Felder: Indizes (wahlfrei) oder Zeiger (sequenziell)
- Feld-Algorithmen (`std::`) benutzen Zeiger
- Wie traversiert man Vektoren und andere Container?

```
int a[5];
std::fill (a, a+5, 1); // 1 1 1 1 1
```

```
std::vector<int> v (5, 0); // 0 0 0 0 0
std::fill (?, ?, 1); // 1 1 1 1 1
```

518

- **Container:** Behälter (Feld, Vektor,...) für Elemente
- **Traversierung:** Durchlaufen eines Containers
  - Initialisierung der Elemente (`fill`)
  - Suchen des kleinsten Elements (`min`)
  - Prüfen von Eigenschaften (`is_palindrome`)
  - ...
- Es gibt noch viele andere Container (Mengen, Listen,...)

517

## Vektoren: *too sexy for pointers*

- Unser `fill` mit Templates funktioniert für Vektoren nicht...
- ...und `std::fill` so auch nicht:

```
std::vector<int> v (5, 0);
std::fill (v, v+5, 1); // Fehlermeldung des Compilers !
```

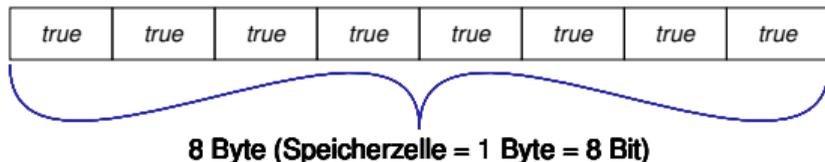
Vektoren sind was Besseres...

- Sie lassen sich weder in Zeiger konvertieren,...
- ...noch mit Zeigern traversieren.
- Das ist ihnen viel zu primitiv. 😊

519

## Auch im Speicher: Vektor $\neq$ Feld

```
bool a[8] = {true, true, true, true, true, true, true, true};
```



```
std::vector<bool> v (8, true);
```

0011111111 1 Byte

bool\*-Zeiger passt hier nicht, denn er läuft **byte**weise, nicht **bit**weise!

## Vektor-Iteratoren

Für jeden Vektor sind zwei *Iterator-Typen* definiert.

### ■ `std::vector<int>::const_iterator`

- für nicht-mutierenden Zugriff
- analog zu `const int*` für Felder

### ■ `std::vector<int>::iterator`

- für mutierenden Zugriff
- analog zu `int*` für Felder

■ Ein Vektor-Iterator `it` ist kein Zeiger, verhält sich aber so:

- zeigt auf ein Vektor-Element und kann dereferenziert werden (`*it`)
- kennt Arithmetik und Vergleiche (`++it, it+2, it < end, ...`)

## Vektor-Iteratoren

**Iterator:** ein „Zeiger“, der zum Container passt.

Beispiel: Füllen eines Vektors mit `std::fill` – so geht's!

```
#include <vector>
#include <algorithm> // needed for std::fill

...
std::vector<int> v(5, 0);
std::fill (v.begin(), v.end(), 1);
for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << v[i] << " "; // 1 1 1 1 1
```

## Vektor-Iteratoren: `begin()` und `end()`

- `v.begin()` zeigt auf das erste Element von `v`
- `v.end()` zeigt hinter das letzte Element von `v`
- Damit können wir einen Vektor traversieren...

```
for (std::vector<int>::const_iterator it = v.begin();
     it != v.end(); ++it)
    std::cout << *it << " ";
```

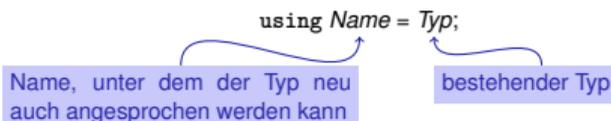
- ...oder einen Vektor füllen.

```
std::fill (v.begin(), v.end(), 1);
```

## Typnamen in C++ können laaaaaaang werden

### ■ `std::vector<int>::const_iterator`

- Dann hilft die Deklaration eines *Typ-Alias* mit



### Beispiele

```
using int_vec = std::vector<int>;  
using Cvit = int_vec::const_iterator;
```

Syntax bevor C++ 11: `typedef Typ Name;`

524

## Vektor-Iteratoren funktionieren wie Zeiger

```
using Vit = std::vector<int>::iterator;
```

```
// manually set all elements to 1  
for (Vit it = v.begin(); it != v.end(); ++it)  
    *it = 1;
```

Inkrementieren des Iterators

```
// output all elements again, using random access  
for (int i=0; i<5; ++i)  
    std::cout << v[i] << " ";
```

Kurzschreibweise für  
`*(v.begin()+i)`

526

## Vektor-Iteratoren funktionieren wie Zeiger

```
using Cvit = std::vector<int>::const_iterator;
```

```
std::vector<int> v(5, 0); // 0 0 0 0 0
```

```
// output all elements of a, using iteration  
for (Cvit it = v.begin(); it != v.end(); ++it)  
    std::cout << *it << " ";
```

Vektor-Element,  
auf das `it` zeigt

525

## Andere Container: Mengen (Sets)

- Eine Menge ist eine ungeordnete Zusammenfassung von Elementen, wobei jedes Element nur einmal vorkommt.

```
{1, 2, 1} = {1, 2} = {2, 1}
```

- C++: `std::set<T>` für eine Menge mit Elementen vom Typ `T`

525

## Mengen: Beispiel einer Anwendung

- Stelle fest, ob ein gegebener Text ein Fragezeichen enthält und gib alle im Text vorkommenden *verschiedenen* Zeichen aus!

## Buchstabensalat (1)

Fasse den Text als Menge von Buchstaben auf:

```
#include<set>
...
using Csit = std::set<char>::const_iterator;
...
std::string text =
    "What are the distinct characters in this string?";

std::set<char> s (text.begin(),text.end());
```

Menge wird mit *String-Iterator-Bereich* [text.begin(), text.end()) initialisiert

## Buchstabensalat (2)

Stelle fest, ob der Text ein Fragezeichen enthält und gib alle im Text enthaltenen Buchstaben aus

Suchalgorithmus, aufrufbar mit beliebigem Iterator-Bereich

```
// check whether text contains a question mark
if (std::find (s.begin(), s.end(), '?') != s.end())
    std::cout << "Good question!\n";
```

```
// output all distinct characters
for (Csit it = s.begin(); it != s.end(); ++it)
    std::cout << *it;
```

Ausgabe:  
Good question!  
?Wacdeghinrst

## Mengen und Indizes?

- Kann man Mengen mit wahlfreiem Zugriff traversieren? **Nein.**

```
for (int i=0; i<s.size(); ++i)
    std::cout << s[i];
```

Fehlermeldung: no subscript operator

- Mengen sind ungeordnet.
  - Es gibt kein „i-tes Element“.
  - Iteratorvergleich `it != s.end()` geht, nicht aber `it < s.end()`!

## Das Konzept der Iteratoren

C++ kennt verschiedene Iterator-Typen

- Jeder Container hat einen zugehörigen Iterator-Typ
- Alle können dereferenzieren (`*it`) und traversieren (`++it`)
- Manche können mehr, z.B. wahlfreien Zugriff (`it[k]`, oder äquivalent `*(it + k)`), rückwärts traversieren (`--it`),...

## Das Konzept der Iteratoren

Jeder Container-Algorithmus der Standardbibliothek ist *generisch*. Das heisst:

- Der Container wird per Iterator-Bereich übergeben
- Der Algorithmus funktioniert für alle Container, deren Iteratoren die Anforderungen des Algorithmus erfüllen
- `std::find` erfordert z.B. nur `*` und `++`
- Implementationsdetails des Containers sind nicht von Bedeutung

## Warum Zeiger und Iteratoren?

Würde man nicht diesen Code

```
for (int i=0; i<n; ++i)
    a[i] = 0;
```

gegenüber folgendem Code bevorzugen?

```
for (int* ptr=a; ptr<a+n; ++ptr)
    *ptr = 0;
```

Vielleicht, aber um (hier noch besser!) das generische `std::fill(a, a+n, 0)` benutzen zu können, *müssen* wir mit Zeigern arbeiten.

## Warum Zeiger und Iteratoren?

Zur Verwendung der Standardbibliothek muss man also wissen:

- statisches Feld `a` ist zugleich ein Zeiger auf das erste Element von `a`
- `a+i` ist ein Zeiger auf das Element mit Index `i`

Verwendung der Standardbibliothek mit anderen Containern: Zeiger  
⇒ Iteratoren

Beispiel: Zum Suchen des kleinsten Elementes eines Containers im Bereich `[begin, end)` verwende den Funktionsaufruf

```
std::min_element(begin, end)
```

- Gibt einen *Iterator* auf das kleinste Element zurück.
- Zum Auslesen des kleinsten Elementes muss man noch dereferenzieren:

```
*std::min_element(begin, end)
```

## 16. Rekursion 1

Mathematische Rekursion, Terminierung, der Aufrufstapel, Beispiele, Rekursion vs. Iteration

- Selbst für Nichtprogrammierer und “dumme” Nur-Benutzer der Standardbibliothek: Ausdrücke der Art `*std::min_element(begin, end)` lassen sich ohne die Kenntnis von Zeigern und Iteratoren nicht verstehen.
- Hinter den Kulissen der Standardbibliothek ist das Arbeiten mit dynamischem Speicher auf Basis von Zeigern unvermeidbar. Mehr dazu später in der Vorlesung!

536

## Mathematische Rekursion

- Viele mathematische Funktionen sind sehr natürlich **rekursiv** definierbar.
- Das heisst, die Funktion erscheint in ihrer eigenen Definition.

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \leq 1 \\ n \cdot (n - 1)!, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

538

537

538

## Rekursion in C++: Genauso!

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1)!, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

```
// POST: return value is n!  
unsigned int fac (unsigned int n)  
{  
    if (n <= 1)  
        return 1;  
    else  
        return n * fac (n-1);  
}
```

540

## Rekursive Funktionen: Terminierung

Wie bei Schleifen brauchen wir

- Fortschritt Richtung Terminierung

fac(n):  
terminiert sofort für  $n \leq 1$ , andernfalls wird die Funktion rekursiv mit Argument  $< n$  aufgerufen.

„n wird mit jedem Aufruf kleiner.“

542

## Unendliche Rekursion

- ist so schlecht wie eine Endlosschleife...
- ... nur noch schlechter ("verbrennt" Zeit und Speicher)

```
void f()  
{  
    f(); // f() -> f() -> ... stack overflow  
}
```

541

## Rekursive Funktionen: Auswertung

Beispiel: fac(4)

```
// POST: return value is n!  
unsigned int fac (unsigned int n)  
{  
    if (n <= 1) return 1;  
    return n * fac(n-1); // n > 1  
}
```

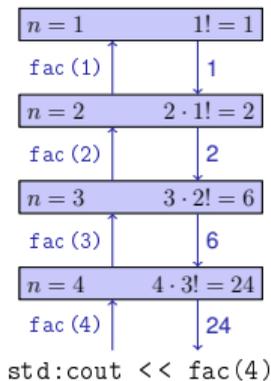
Initialisierung des formalen Arguments:  $n = 4$   
Rekursiver Aufruf mit Argument  $n - 1 == 3$

543

## Der Aufrufstapel

Bei jedem Funktionsaufruf:

- Wert des Aufrufarguments kommt auf einen Stapel
- Es wird immer mit dem obersten Wert gearbeitet
- Am Ende des Aufrufs wird der oberste Wert wieder vom Stapel gelöscht



## Euklidischer Algorithmus

- findet den grössten gemeinsamen Teiler  $\text{gcd}(a, b)$  zweier natürlicher Zahlen  $a$  und  $b$
- basiert auf folgender mathematischen Rekursion (Beweis im Skript):

$$\text{gcd}(a, b) = \begin{cases} a, & \text{falls } b = 0 \\ \text{gcd}(b, a \bmod b), & \text{andernfalls} \end{cases}$$

## Euklidischer Algorithmus in C++

$$\text{gcd}(a, b) = \begin{cases} a, & \text{falls } b = 0 \\ \text{gcd}(b, a \bmod b), & \text{andernfalls} \end{cases}$$

```
unsigned int gcd
(unsigned int a, unsigned int b)
{
    if (b == 0)
        return a;
    else
        return gcd(b, a % b);
}
```

Terminierung:  $a \bmod b < b$ , also wird  $b$  in jedem rekursiven Aufruf kleiner.

## Fibonacci-Zahlen

$$F_n := \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 0 \\ 1, & \text{falls } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, & \text{falls } n > 1 \end{cases}$$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 . . .

## Fibonacci-Zahlen in C++

### Laufzeit

`fib(50)` dauert „ewig“, denn es berechnet  
 $F_{48}$  2-mal,  $F_{47}$  3-mal,  $F_{46}$  5-mal,  $F_{45}$  8-mal,  $F_{44}$  13-mal,  
 $F_{43}$  21-mal ...  $F_1$  ca.  $10^9$  mal (!)

```
unsigned int fib (unsigned int n)
{
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return fib (n-1) + fib (n-2); // n > 1
}
```

Korrektheit  
und  
Terminierung  
sind klar.

## Schnelle Fibonacci-Zahlen

Idee:

- Berechne jede Fibonacci-Zahl nur einmal, in der Reihenfolge  $F_0, F_1, F_2, \dots, F_n!$
- Merke dir jeweils die zwei letzten berechneten Zahlen (Variablen a und b)!
- Berechne die nächste Zahl als Summe von a und b!

## Schnelle Fibonacci-Zahlen in C++

```
unsigned int fib (unsigned int n){
    if (n == 0) return 0;
    if (n <= 2) return 1;
    unsigned int a = 1; // F_1
    unsigned int b = 1; // F_2
    for (unsigned int i = 3; i <= n; ++i){
        unsigned int a_old = a; // F_{i-2}
        a = b; // F_{i-1}
        b += a_old; // F_{i-1} += F_{i-2} -> F_i
    }
    return b;
}
```

sehr schnell auch bei `fib(50)`

$(F_{i-2}, F_{i-1}) \rightarrow (F_{i-1}, F_i)$

a b

## Rekursion und Iteration

Rekursion kann *immer* simuliert werden durch

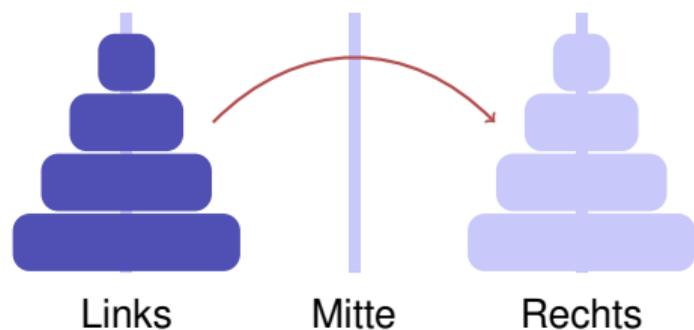
- Iteration (Schleifen)
- expliziten „Aufrufstapel“ (z.B. Feld).

Oft sind rekursive Formulierungen einfacher, aber manchmal auch weniger effizient.

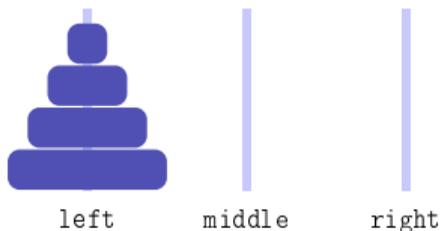
## Die Macht der Rekursion

- Einige Probleme scheinen ohne Rekursion kaum lösbar zu sein. Mit Rekursion werden sie plötzlich einfacher lösbar.
- Beispiele: *Die Türme von Hanoi*, das  $n$ -Damen-Problem, Parsen von Ausdrücken, *Sudoku-Löser*, Umgekehrte Aus- oder Eingabe, Suchen in Bäumen, Divide-And-Conquer (z.B. Sortieren) → Engineering Tool III-IV

## Experiment: Die Türme von Hanoi



## Die Türme von Hanoi - Code



Bewege 4 Scheiben von left nach right mit Hilfsstapel middle:

```
move(4, "left", "middle", "right")
```

## Die Türme von Hanoi - Code

`move(n, src, aux, dst) ⇒`

- 1 Bewege die obersten  $n - 1$  Scheiben von `src` nach `aux` mit Hilfsstapel `dst`:  
`move(n - 1, src, dst, aux);`
- 2 Bewege 1 Scheibe von `src` nach `dst`  
`move(1, src, aux, dst);`
- 3 Bewege die obersten  $n - 1$  Scheiben von `aux` nach `dst` mit Hilfsstapel `src`:  
`move(n - 1, aux, src, dst);`

## Die Türme von Hanoi - Code

```
void move(int n, const string &src, const string &aux, const string &dst){
    if (n == 1) {
        // base case ('move' the disc)
        std::cout << src << " --> " << dst << std::endl;
    } else {
        // recursive case
        move(n-1, src, dst, aux);
        move(1, src, aux, dst);
        move(n-1, aux, src, dst);
    }
}

int main() {
    move(4, "left ", "middle", "right");
    return 0;
}
```

562

## Die Türme von Hanoi - Code Alternative

```
void move(int n, const string &src, const string &aux, const string &dst){
    // base case
    if (n == 0) return;

    // recursive case
    move(n-1, src, dst, aux);
    std::cout << src << " --> " << dst << "\n";
    move(n-1, aux, src, dst);
}

int main() {
    move(4, "left ", "middle", "right");
    return 0;
}
```

563