10. Funktionen II

Vor- und Nachbedingungen Stepwise Refinement, Gültigkeitsbereich, Bibliotheken, Standardfunktionen

Vor- und Nachbedingungen

- beschreiben (möglichst vollständig) was die Funktion „macht“
- dokumentieren die Funktion für Benutzer / Programmierer (wir selbst oder andere)
- machen Programme lesbarer: wir müssen nicht verstehen, *wie* die Funktion es macht
- werden vom Compiler ignoriert
- Vor- und Nachbedingungen machen – unter der Annahme ihrer Korrektheit – Aussagen über die Korrektheit eines Programmes möglich.

Vorbedingungen

Vorbedingung (precondition):

- Was muss bei Funktionsaufruf gelten?
- Spezifiziert *Definitionsbereich* der Funktion.

0^e ist für $e < 0$ undefiniert

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
```

Nachbedingungen

Nachbedingung (postcondition):

- Was gilt nach Funktionsaufruf?
- Spezifiziert *Wert* und *Effekt* des Funktionsaufrufes.

Hier nur Wert, kein Effekt.

```
// POST: return value is b^e
```

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- *Wenn* die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, *dann* gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion **`pow`**: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Vor- und Nachbedingungen

- Gilt Vorbedingung beim Funktionsaufruf nicht, so machen wir keine Aussage.
- C++-Standard-Jargon: „Undefined behavior“.

Funktion **`pow`**: Division durch 0

Vor- und Nachbedingungen

- Vorbedingung sollte so **schwach** wie möglich sein (möglichst grosser Definitionsbereich)
- Nachbedingung sollte so **stark** wie möglich sein (möglichst detaillierte Aussage)

Fromme Lügen...

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
```

ist formal inkorrekt:

- Überlauf, falls e oder b zu gross sind
- b^e vielleicht nicht als double Wert darstellbar (Löcher im Wertebereich)

Fromme Lügen…sind erlaubt.

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
```

Die exakten Vor- und Nachbedingungen sind plattformabhängig und meist sehr kompliziert. Wir abstrahieren und geben die mathematischen Bedingungen an. ⇒ Kompromiss zwischen formaler Korrektheit und lascher Praxis.

Prüfen von Vorbedingungen…

- Vorbedingungen sind nur Kommentare.
- Wie können wir *sicherstellen*, dass sie beim Funktionsaufruf gelten?

...mit Assertions

```
#include <cassert>
...
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e) {
    assert (e >= 0 || b != 0);
    double result = 1.0;
    ...
}
```

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis „komplizierter“ Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.
- Dann lohnt sich der Einsatz von assert für die Nachbedingung

```
// PRE: the discriminant p*p/4 - q is nonnegative
// POST: returns larger root of the polynomial x^2 + p x + q
double root(double p, double q)
{
    assert(p*p/4 >= q); // precondition
    double x1 = - p/2 + sqrt(p*p/4 - q);
    assert(equals(x1*x1+p*x1+q,0)); // postcondition
    return x1;
}
```

Ausnahmen (Exception Handling)

- Assertions sind ein grober Hammer; falls eine Assertion fehlschlägt, wird das Programm hart abgebrochen.
- C++bietet elegantere Mittel (Exceptions), um auf solche Fehlschläge situationsabhängig (und oft auch ohne Programmabbruch) zu reagieren.
- „Narrensichere“ Programmen sollten nur im Notfall abbrechen und deshalb mit Exceptions arbeiten; für diese Vorlesung führt das aber zu weit.

Stepwise Refinement

Einfache *Programmiertechnik* zum Lösen komplexer Probleme

Niklaus Wirth. Program development by stepwise refinement. Commun. ACM 14, 4, 1971

Education

P. Wegner
Editor

Program Development by Stepwise Refinement

Niklaus Wirth
Eidgenössische Technische Hochschule
Zürich, Switzerland

The creative activity of programming—to be distinguished from coding—is usually taught by examples serving to exhibit certain techniques. It is here considered as a sequence of design decisions concerning the decomposition of tasks into subtasks and of data into data structures. The process of successive refinement of specifications is illustrated by a short but nontrivial example, from which a number of conclusions are drawn regarding the art and the instruction of programming.

Key Words and Phrases: education in programming, programming techniques, stepwise program construction
CR Categories: 1.50, 4.0

1. Introduction

Programming is usually taught by examples. Experience shows that the success of a programming course critically depends on the choice of these examples. Unfortunately, they are too often selected with the prime intent to demonstrate what a computer can do. Instead, a main criterion for selection should be their suitability to exhibit certain widely applicable *techniques*. Furthermore, examples of programs are commonly presented as finished "products" followed by explanations of their purpose and their linguistic details. But active programming consists of the design of *new* programs, rather than contemplation of old programs. As a consequence of these teaching methods, the student obtains the impression that programming consists mainly of mastering a language (with all the peculiarities and intricacies so abundant in modern PLs) and relying on one's intuition to somehow transform ideas into finished programs. Clearly, programming courses should teach methods of design and construction, and the selected examples should be such that a gradual *development* can be nicely demonstrated.

This paper deals with a single example chosen with these two purposes in mind. Some well-known techniques are briefly demonstrated and motivated (strategy of preselection, stepwise construction of trial solutions, introduction of auxiliary data, recursion), and the program is gradually developed in a sequence of *refinement steps*.

In each step, one or several instructions of the given program are decomposed into more detailed instructions. This successive decomposition or refinement of specifications terminates when all instructions are expressed in terms of an underlying computer or programming language, and must therefore be guided by the facilities available on that computer or language. The result of the execution of a program is expressed in terms of data, and it may be necessary to introduce further data for communication between the obtained subtasks or instructions. As tasks are refined, so the data may have to be refined, decomposed, or structured, and it is natural to *refine program and data specifications in parallel*.

Every refinement step implies some design decisions. It is important that these decision be made explicit, and that the programmer be aware of the underlying criteria and of the existence of alternative solutions. The possible solutions to a given problem emerge as the leaves of a tree, each node representing a point of deliberation and decision. Subtrees may be considered as *families of solutions* with certain common characteristics and structures. The notion of such a tree may be particularly helpful in the situation of changing purpose and environment to which a program may sometime have to be adapted.

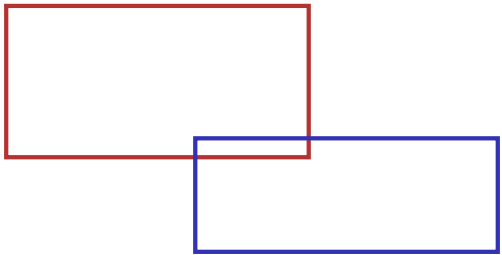
A guideline in the process of stepwise refinement should be the principle to decompose decisions as much as possible, to untangle aspects which are only seemingly interdependent, and to defer those decisions which concern details of representation as long as possible. This

Stepwise Refinement

- Problem wird schrittweise gelöst. Man beginnt mit einer groben Lösung auf sehr hohem Abstraktionsniveau (nur Kommentare und fiktive Funktionen).
- In jedem Schritt werden Kommentare durch Programmtext ersetzt und Funktionen implementiert unterteilt (demselben Prinzip folgend).
- Die Verfeinerung bezieht sich auch auf die Entwicklung der Datenrepräsentation (mehr dazu später).
- Wird die Verfeinerung so weit wie möglich durch Funktionen realisiert, entstehen Teillösungen, die auch bei anderen Problemen eingesetzt werden können.
- Stepwise Refinement fördert (aber ersetzt nicht) das strukturelle Verständnis des Problems.

Beispielproblem

Finde heraus, ob sich zwei Rechtecke schneiden!

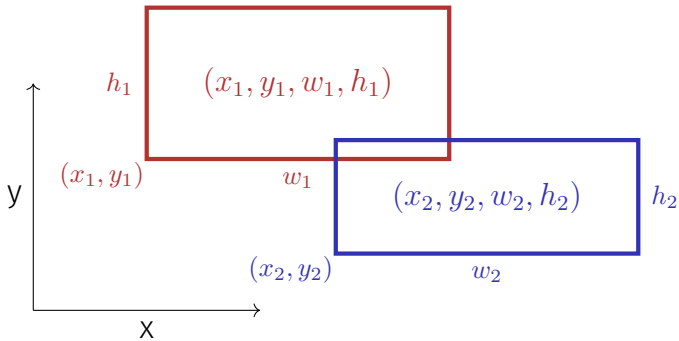


Grobe Lösung

(Include-Direktiven ausgelassen)

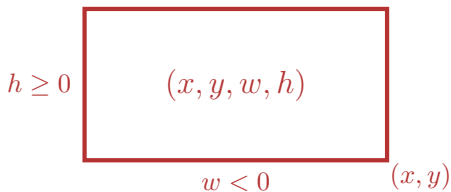
```
int main()
{
    // Eingabe Rechtecke

    // Schnitt?

    // Ausgabe der Loesung

    return 0;
}
```

Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke



Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke

Breite w und/oder Höhe h dürfen negativ sein!



Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke

```
int main()
{
    std::cout << "Enter two rectangles [x y w h each] \n";
    int x1, y1, w1, h1;
    std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
    int x2, y2, w2, h2;
    std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;

    // Schnitt?

    // Ausgabe der Loesung

    return 0;
}
```

Verfeinerung 2: Schnitt? und Ausgabe

```
int main()
{
    Eingabe Rectecke ✓

    bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);

    if (clash)
        std::cout << "intersection!\n";
    else
        std::cout << "no intersection!\n";

    return 0;
}
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion...

```
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return false; // todo
}

int main() {
    Eingabe Rechtecke ✓

    Schnitt?  ✓

    Ausgabe der Loesung ✓

    return 0;
}
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion…

```
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return false; // todo
}
```

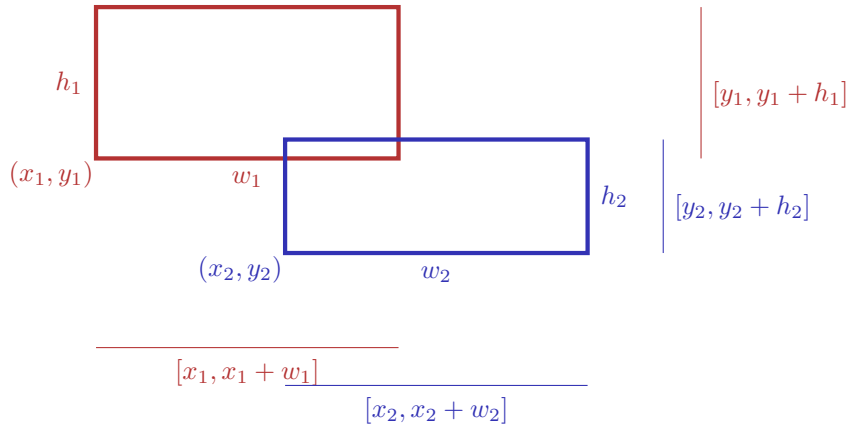
Funktion main ✓

Verfeinerung 3: …mit PRE und POST!

```
// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles,
//      where w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1) and
//      (x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return false; // todo
}
```

Verfeinerung 4: Intervallschnitt

Zwei Rechtecke schneiden sich genau dann, wenn sich ihre x- und y-Intervalle schneiden.



Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles, where
//      w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1),(x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return intervals_intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals_intersect(y1, y1 + h1, y2, y2 + h2); ✓
}
```

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,
//      with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return false; // todo
}
```

Funktion rectangles_intersect ✓

Funktion main ✓

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,
//      with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return max(a1, b1) >= min(a2, b2)
        && min(a1, b1) <= max(a2, b2); ✓
}
```

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// POST: the maximum of x and y is returned
int max(int x, int y){
    if (x>y) return x; else return y;
}

// POST: the minimum of x and y is returned
int min(int x, int y){
    if (x<y) return x; else return y;
}
```

gibt es schon in der Standardbibliothek

Funktion intervals_intersect ✓

Funktion rectangles_intersect ✓

Funktion main ✓

Nochmal zurück zu Intervallen

```
// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,
//      with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)
        && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2); ✓
}
```

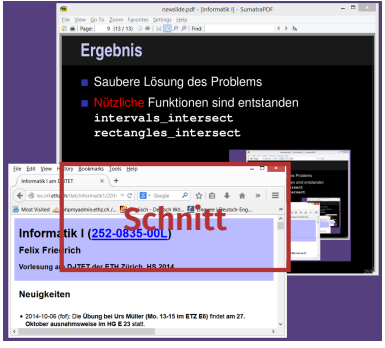
Das haben wir schrittweise erreicht!

```
#include <iostream>
#include <algorithm>

// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,
//      with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
  return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)
      && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2);
}

// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles, where
//      w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1),(x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return intervals_intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals_intersect(y1, y1 + h1, y2, y2 + h2);
}
```

```
int main ()
{
  std::cout << "Enter two rectangles [x y w h each]\n";
  int x1, y1, w1, h1;
  std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
  int x2, y2, w2, h2;
  std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;
  bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);
  if (clash)
    std::cout << "intersection!\n";
  else
    std::cout << "no intersection!\n";
  return 0;
}
```

Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- Nützliche Funktionen sind entstanden
  `intervals_intersect`
  `rectangles_intersect`



Wo darf man eine Funktion benutzen?

```
#include <iostream>

int main()
{
    std::cout << f(1); // Fehler:  f undeklariert
    return 0;
}

int f(int i) // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
{
    return i;
}
```

Gültigkeitsbereich einer Funktion

- ist der Teil des Programmes, in dem die Funktion aufgerufen werden kann
- ist definiert als die Vereinigung der Gültigkeitsbereiche aller ihrer Deklarationen (es kann mehrere geben)

Deklaration einer Funktion: wie Definition aber ohne `{...}`.

```
double pow(double b, int e);
```

So geht's also nicht...

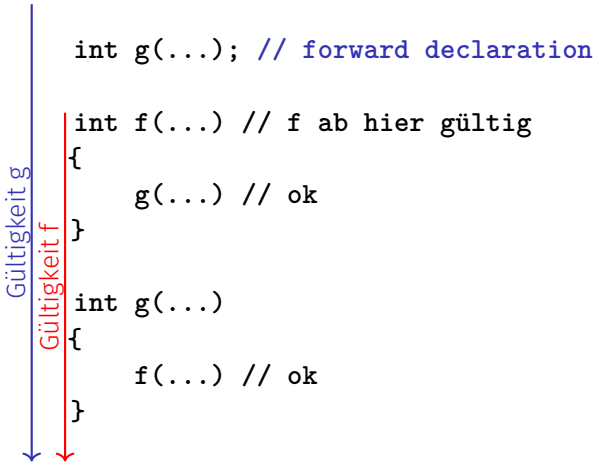
```
#include <iostream>


int main()
{
    std::cout << f(1); // Fehler:  f undeklariert
    return 0;
}

int f(int i) // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
{
    return i;
}
```

...aber so!

```
#include <iostream>
int f(int i); // Gueltigkeitsbereich von f ab hier

int main()
{
    std::cout << f(1);
    return 0;
}

int f(int i)
{
    return i;
}
```

Forward Declarations, wozu?

Funktionen, die sich gegenseitig aufrufen:




```
int g(...); // forward declaration

int f(...) // f ab hier gültig
{
    g(...) // ok
}

int g(...)
{
    f(...) // ok
}
```

Wiederverwendbarkeit

- Funktionen wie **`rectangles_intersect`** und **`pow`** sind in vielen Programmen nützlich.
- „Lösung:“ Funktion einfach ins Hauptprogramm hineinkopieren, wenn wir sie brauchen!
- Hauptnachteil: wenn wir die Funktionsdefinition ändern wollen, müssen wir **alle** Programme ändern, in denen sie vorkommt.

Level 1: Auslagern der Funktion

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e)
{
    double result = 1.0;
    if (e < 0) { // b^e = (1/b)^(-e)
        b = 1.0/b;
        e = -e;
    }
    for (int i = 0; i < e; ++i)
        result *= b;
    return result;
}
```

Level 1: Inkludieren der Funktion

```
// Prog: callpow2.cpp
// Call a function for computing powers.

#include <iostream>
#include "mymath.cpp"

int main()
{
  std::cout << pow( 2.0, -2) << "\n";
  std::cout << pow( 1.5, 2) << "\n";
  std::cout << pow( 5.0, 1) << "\n";
  std::cout << pow(-2.0, 9) << "\n";

  return 0;
}
```

Datei im Arbeitsverzeichnis

Nachteil des Inkludierens

- **`#include`** kopiert die Datei (**`mymath.cpp`**) in das Hauptprogramm (**`callpow2.cpp`**).
- Der Compiler muss die Funktionsdefinition für jedes Programm neu übersetzen.
- Das kann bei sehr vielen und grossen Funktionen sehr lange dauern.

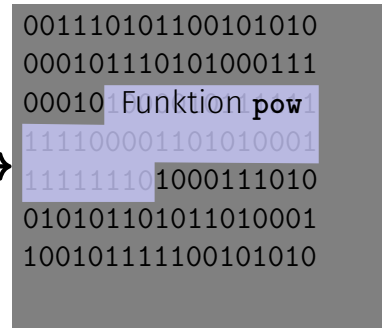
Level 2: Getrennte Übersetzung

von **mymath.cpp** unabhängig vom Hauptprogramm:

```
double pow(double b,
           int e)
{
    ...
}
```

mymath.cpp

g++ -c mymath.cpp



mymath.o

Level 2: Getrennte Übersetzung

Deklaration aller benötigten Symbole in sog. **Header** Datei.

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e);
```

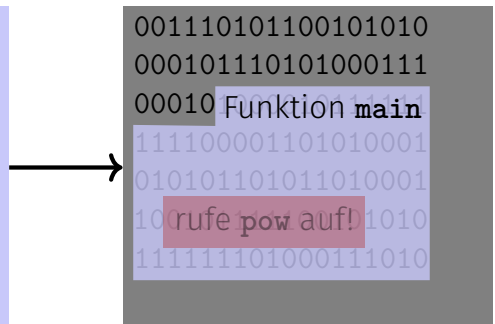
mymath.h

Level 2: Getrennte Übersetzung

des Hauptprogramms unabhängig von **`mymath.cpp`**, wenn eine *Deklaration* aus **`mymath`** inkludiert wird.

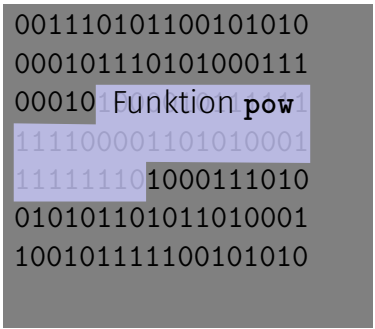
```
#include <iostream>
#include "mymath.h"
int main()
{
  std::cout << pow(2,-2) << "\n";
  return 0;
}
```

callpow3.cpp



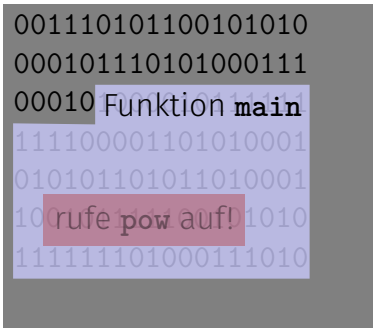
callpow3.o

Der Linker vereint...



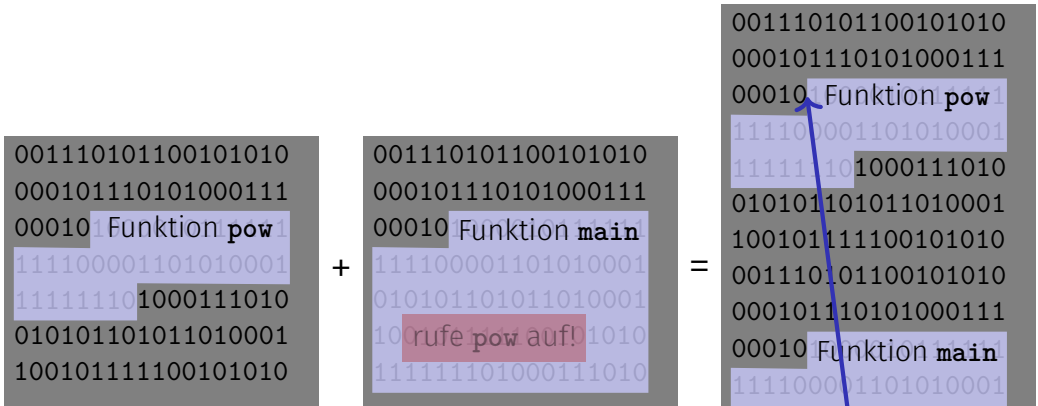
mymath.o

+



callpow3.o

… was zusammengehört



Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

`mymath.cpp` (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von **`mymath.o`** (Object Code) nicht mehr gebraucht.

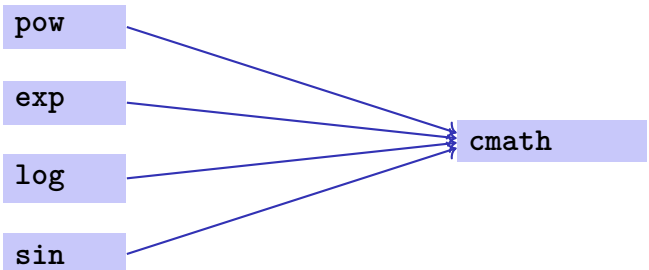
Viele Anbieter von Funktionsbibliotheken liefern dem Benutzer keinen Quellcode.
Header-Dateien sind dann die *einzigen* lesbaren Informationen.

Open-Source-Software

- Alle Quellcodes sind verfügbar.
- Nur das erlaubt die Weiterentwicklung durch Benutzer und engagierte „Hacker“.
- Selbst im kommerziellen Bereich ist Open-Source-Software auf dem Vormarsch.
- Lizenzen erzwingen die Nennung der Quellen und die offene Weiterentwicklung. Beispiel: GPL (GNU General Public License).
- Bekannte Open-Source-Softwares: Linux (Betriebssystem), Firefox (Browser), Thunderbird (Email-Programm)

Bibliotheken

- Logische Gruppierung ähnlicher Funktionen



Namensräume...

```
// cmath
namespace std {

  double pow(double b, int e);

  ....
  double exp(double x);
  ...
}
```

...vermeiden Namenskonflikte

```cpp
#include <cmath>
#include "mymath.h"

int main()
{
    double x = std::pow(2.0, -2); // <cmath>
    double y = pow(2.0, -2); // mymath.h
}
```

Namensräume / Kompilationseinheiten

In C++ ist das Konzept der separaten Kompilation *unabhängig* vom Konzept der Namensräume.
In manchen anderen Sprachen, z.B. Modula / Oberon (zum Teil auch bei Java) definiert die Kompilationseinheit gerade einen Namensraum.

Funktionen aus der Standardbibliothek

- vermeiden die Neuerfindung des Rades (wie bei **`std::pow`**);
- führen auf einfache Weise zu interessanten und effizienten Programmen;
- garantierten einen Qualitäts-Standard, der mit selbstgeschriebenen Funktionen kaum erreicht werden kann.

Beispiel: Primzahltest mit `sqrt`

$n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int d;
for (d=2; n % d != 0; ++d);
```

Primzahltest mit `sqrt`

$n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \ldots, \lfloor\sqrt{n}\rfloor\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int bound = std::sqrt(n);
unsigned int d;
for (d = 2; d <= bound && n % d != 0; ++d);
```

- Das funktioniert, weil `std::sqrt` auf die nächste darstellbare `double`-Zahl rundet (IEEE Standard 754).

Primzahltest mit `sqrt`

```
// Test if a given natural number is prime.
#include <iostream>
#include <cassert>
#include <cmath>

int main ()
{
  // Input
  unsigned int n;
  std::cout << "Test if n>1 is prime for n =? ";
  std::cin >> n;
  assert (n > 1);

  // Computation: test possible divisors d up to sqrt(n)
  unsigned int bound = std::sqrt(n);
```

Funktionen sollten mehr können!

Swap ?

```
void swap(int x, int y) {
 int t = x;
 x = y;
 y = t;
}
int main(){
    int a = 2;
    int b = 1;
    swap(a, b);
    assert(a==1 && b==2); // fail!
}
```

Funktionen sollten mehr können!

Swap ?

```
// POST: values of x and y are exchanged
void swap(int& x, int& y) {
 int t = x;
 x = y;
 y = t;
}
int main(){
    int a = 2;
    int b = 1;
    swap(a, b);
    assert(a==1 && b==2); // ok!
}
```

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!
- Kein neues Konzept auf der Funktionenseite, sondern eine neue Klasse von Typen