

15. Rekursion 2

Bau eines Taschenrechners, Formale Grammatiken, Extended Backus Naur Form (EBNF), Parsen von Ausdrücken

Motivation: Taschenrechner

Beispiel

Eingabe: 3 + 5

Ausgabe: 8

- Binäre Operatoren +, -, *, / und Zahlen

Motivation: Taschenrechner

Beispiel

Eingabe: 3 / 5

Ausgabe: 0.6

- Binäre Operatoren +, -, *, / und Zahlen
- Fließkommaarithmetik

Motivation: Taschenrechner

Beispiel

Eingabe: $3 + 5 * 20$

Ausgabe: 103

- Binäre Operatoren $+$, $-$, $*$, $/$ und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++

Motivation: Taschenrechner

Beispiel

Eingabe: $(3 + 5) * 20$

Ausgabe: 160

- Binäre Operatoren $+$, $-$, $*$, $/$ und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++
- Klammerung

Motivation: Taschenrechner

Beispiel

Eingabe: $-(3 + 5) + 20$

Ausgabe: 12

- Binäre Operatoren $+$, $-$, $*$, $/$ und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++
- Klammerung
- Unärer Operator $-$

Naiver Versuch (ohne Klammern)

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

Scheint zu klappen...

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

```
Eingabe 1 * 2 * 3 * 4 =
Ergebnis 24
```


Oops, Strich- vor Punktrechnung...

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

Eingabe 2 + 3 * 3 =
Ergebnis 15

Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

13 + ...

Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * \dots$$

Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - ...$$

Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - 7 * ...$$

Analyse des Problems

Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3) =$$

Muss gespeichert bleiben,
damit jetzt ausgewertet werden kann!

Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

$$13 + 4*(15 - 21)$$

Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

$$13 + 4 * (-6)$$

Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

$$13 + (-24)$$

Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

-11

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese Vorlesung

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese Vorlesung ist

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt recht

Analyse des Problems

Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt recht rekursiv.

Analyse des Problems

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

Analyse des Problems

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

Analyse des Problems

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

Analyse des Problems

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

Formale Grammatiken

- Alphabet: endliche Menge von Symbolen
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen

Formale Grammatiken

- Alphabet: endliche Menge von Symbolen
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen

Eine formale Grammatik definiert, welche Sätze gültig sind.

Formale Grammatiken

- Alphabet: endliche Menge von Symbolen
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen

Eine formale Grammatik definiert, welche Sätze gültig sind.

Zur Beschreibung der Grammatik verwenden wir:

Extended Backus Naur Form (EBNF)

What Can We Do about the Unnecessary Diversity of Notation for Syntactic Definitions?

Niklaus Wirth
Federal Institute of Technology (ETH), Zürich, and
Xerox Palo Alto Research Center

Key Words and Phrases: syntactic description
language, extended BNF
CR Categories: 4.20

The population of programming languages is steadily growing, and there is no end of this growth in sight. Many language definitions appear in journals, many are found in technical reports, and perhaps an even greater number remains confined to proprietary circles. After frequent exposure to these definitions, one cannot fail to notice the lack of "common denominators." The only widely accepted fact is that the language structure is defined by a syntax. But even notation for syntactic description eludes any commonly agreed standard form, although the underlying ancestor is invariably the Backus-Naur Form of the Algol 60 report. As variations are often only slight, they become annoying for their very lack of an apparent motivation.

Out of sympathy with the troubled reader who is weary of adapting to a new variant of BNF each time another language definition appears, and without any claim for originality, I venture to submit a simple notation that has proven valuable and satisfactory in use. It has the following properties to recommend it:

Copyright © 1977, Association for Computing Machinery, Inc. General permission to republish, but not for profit, all or part of this material is granted provided that ACM's copyright notice is given and that reference is made to the publication, to its date of issue, and to the fact that reprinting privileges were granted by permission of the Association for Computing Machinery.

Author's present address: Xerox Corporation, Palo Alto Research Center, 3333 Coyote Hill Road, Palo Alto, CA 94304.

1. The notation distinguishes clearly between meta-, terminal, and nonterminal symbols.
2. It does not exclude characters used as metasympols from use as symbols of the language (as e.g. "|" in BNF).
3. It contains an explicit iteration construct, and thereby avoids the heavy use of recursion for expressing simple repetition.
4. It avoids the use of an explicit symbol for the empty string (such as (empty) or ϵ).
5. It is based on the ASCII character set.

This meta language can therefore conveniently be used to define its own syntax, which may serve here as an example of its use. The word *identifier* is used to denote *nonterminal symbol*, and *literal* stands for *terminal symbol*. For brevity, *identifier* and *character* are not defined in further detail.

```
syntax      = {production}.
production = identifier "=" expression " ".
expression  = term {"|" term}.
term        = factor {factor}.
factor      = identifier | literal | "(" expression ")" |
              "[" expression "]" | "{" expression "}".
literal     = " " " " character {character} " " " " .
```

Repetition is denoted by curly brackets, i.e. {a} stands for ϵ | a | aa | aaa | Optionality is expressed by square brackets, i.e. [a] stands for ϵ | a. Parentheses merely serve for grouping, e.g. (a|b|c) stands for ac | bc. Terminal symbols, i.e. literals, are enclosed in quote marks (and, if a quote mark appears as a literal itself, it is written twice), which is consistent with common practice in programming languages.

Received January 1977; revised February 1977

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

Ausdrücke

$$- (\underline{3} - (\underline{4} - \underline{5})) * (\underline{3} + \underline{4} * \underline{5}) / \underline{6}$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl , (?)

Ausdrücke

$$\underline{-} (3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- ? * ?, ? / ?, ...

Ausdrücke

$$-(3_{\underline{\quad}} - (4_{\underline{\quad}} - 5)) * (3_{\underline{\quad}} + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- ? * ?, ? / ?, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- ? * ?, ? / ?, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor,
Faktor / Faktor, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl , (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor,
Faktor / Faktor , ...
- ? - ? , ? + ? , ...

Faktor

Term

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor, Faktor
Faktor / Faktor, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

Term

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor, Faktor
Faktor / Faktor, ...
- Term + Term,
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor, Faktor
Faktor / Faktor, ...
- Term + Term,
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl, (?)
-Zahl, -(?)
- Faktor * Faktor, Faktor
Faktor / Faktor, ...
- Term + Term, **Term**
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck

Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer Grammatik?

- Zahl , (Ausdruck)
-Zahl, -(Ausdruck)
- Faktor * Faktor, Faktor
Faktor / Faktor , ...
- Term + Term, Term
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```


Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor. *Nicht-terminales Symbol*

factor = number
| "(" expression ")"
| "-" factor.

Alternative (points to the vertical bar |)

Terminales Symbol (points to the closing parenthesis ")")

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor * Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor * Faktor * Faktor, Faktor / Faktor * Faktor, ...
- ...

$\text{term} = \text{factor} \{ "*" \text{ factor} \mid "/" \text{ factor} \}.$

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor * Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor * Faktor * Faktor, Faktor / Faktor * Faktor, ...
- ...

$\text{term} = \text{factor} \{ "*" \text{ factor} \mid "/" \text{ factor} \}.$

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor * Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor * Faktor * Faktor, Faktor / Faktor * Faktor, ...
- ...

$\text{term} = \text{factor} \{ "*" \text{ factor} \mid "/" \text{ factor} \}.$

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor * Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor * Faktor * Faktor, Faktor / Faktor * Faktor, ...
- ...

$\text{term} = \text{factor} \{ "*" \text{ factor} \mid "/" \text{ factor} \}.$

Die EBNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor * Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor * Faktor * Faktor, Faktor / Faktor * Faktor, ...
- ...

term = factor { "*" factor | "/" factor } .

Optionale Repetition

Die EBNF für Ausdrücke

factor = number
| "(" expression ")"
| "-" factor.

term = factor { "*" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term | "-" term }.

Zahlen

Eine *Ganzzahl* hat mindestens eine Ziffer, gefolgt von beliebig vielen Ziffern.

```
number = digit { digit }.  
digit  = '0' | '1' | '2' | ... | '9'.
```

Zahlen

Eine Ganzzahl *hat mindestens eine Ziffer*, gefolgt von beliebig vielen Ziffern.

```
number = digit { digit }.  
digit  = '0' | '1' | '2' | ... | '9'.
```

Zahlen

Eine Ganzzahl hat mindestens eine Ziffer, *gefolgt von beliebig vielen Ziffern.*

```
number = digit { digit }.  
digit  = '0' | '1' | '2' | ... | '9'.
```

Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der EBNF gültig ist.

Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der EBNF gültig ist.
- **Parser:** Programm zum Parsen

Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der EBNF gültig ist.
- **Parser:** Programm zum Parsen
- **Praktisch:** Aus der EBNF kann (fast) automatisch ein Parser generiert werden

Parser bauen

- Regeln werden zu Funktionen
- Alternativen und Optionen werden zu `if`-Anweisungen
- Nichtterminale Symbole auf der rechten Seite werden zu Funktionsaufrufen
- Optionale Repetitionen werden zu `while`-Anweisungen

Regeln (ohne number)

factor = number
| "(" expression ")"
| "-" factor.

term = factor { "*" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term | "-" term }.

Ausdruck wird aus einem **Eingabestrom** gelesen.

```
// POST: returns true if and only if is = factor ...  
//       and in this case extracts factor from is  
bool factor (std::istream& is);
```

```
// POST: returns true if and only if is = term ...,  
//       and in this case extracts all factors from is  
bool term (std::istream& is);
```

```
// POST: returns true if and only if is = expression ...,  
//       and in this case extracts all terms from is  
bool expression (std::istream& is);
```

Ausdruck wird aus einem **Eingabestrom** gelesen.

```
// POST: extracts a factor from is
//       and returns its value
double factor (std::istream& is);
```

```
// POST: extracts a term from is
//       and returns its value
double term (std::istream& is);
```

```
// POST: extracts an expression from is
//       and returns its value
double expression (std::istream& is);
```

Vorausschau von einem Zeichen...

... um jeweils die richtige Alternative zu finden.

```
// POST: leading whitespace characters are extracted
//       from input, and the first non-whitespace character
//       input returned (0 if there input no such character)
char lookahead (std::istream& input)
{
    input >> std::ws;           // skip whitespaces
    if (input.eof())
        return 0;             // end of stream
    else
        return input.peek();   // next character in input
}
```

Rosinenpickerei

...um jeweils nur das gewünschte Zeichen zu extrahieren.

```
// POST: if ch matches the next lookahead then consume it and return true
//      otherwise return false
bool consume (std::istream& input, char c)
{
    if (lookahead (input) == c) {
        input >> c;
        return true;
    } else
        return false ;
}
```

Faktoren auswerten

```
double factor (std::istream& input)
{
    double value;
    if (consume (input, '(')) {
        value = expression (input);           // "(" expression
        consume (input, ')');                // ")"
    } else if (consume (input, '-'))
        value = -factor (input);           // - factor
    else
        value = number(input);
    return value;
}
```

```
factor = "(" expression ")"
        | "-" factor
        | number.
```

Terme auswerten

```
double term (std::istream& input)
{
    double value = factor (input);           // factor
    while (true) {
        if (consume (input, '*'))
            value *= factor (input);         // "*" factor
        else if (consume (input, '/'))
            value /= factor (input);         // "/" factor
        else
            return value;
    }
}
```

term = factor { "*" factor | "/" factor }.

Ausdrücke auswerten

```
double expression (std::istream& input)
{
    double value = term (input);           // term
    while (true) {
        if (consume (input, '+'))
            value += term (input);         // "+" term
        else if (consume (input, '-'))
            value -= term (input);         // "-" term
        else
            return value;
    }
}
```

expression = term { "+" term | "-" term }.

Ziffern ...

```
// POST: returns the digit that could be consumed from a stream
//       (0 if no digit available)
// digit = '0' | '1' | ... | '9'.
char digit(std::istream& input){
    char ch = input.peek(); // one symbol lookahead
    if (input.eof()) return 0; // nothing available on the stream
    if (ch >= '0' && ch <= '9'){
        input >> ch; // consume
        return ch;
    }
    return 0;
}
```

... und Zahlen

```
// POST: returns an unsigned integer consumed from the stream
// number = digit {digit}.
unsigned int number (std::istream& input){
    input >> std::skipws; // skip whitespaces before the first digit
    char ch = digit(input);
    input >> std::noskipws; // no whitespaces allowed within a number
    unsigned int num = 0;
    while(ch > 0){ // skip remaining digits
        num = num * 10 + ch - '0';
        ch = digit(input);
    }
    return num;
}
```

Rekursion!

number

factor

term

expression

Rekursion!

number

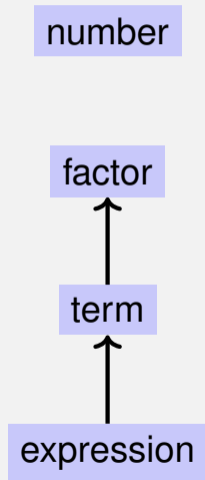
factor

term

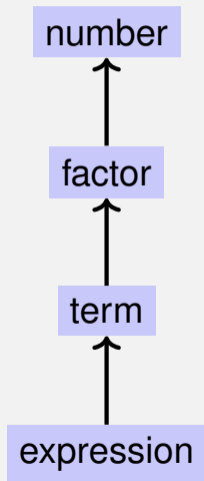
expression

```
graph BT; expression --> term; term --> factor; factor --> number;
```

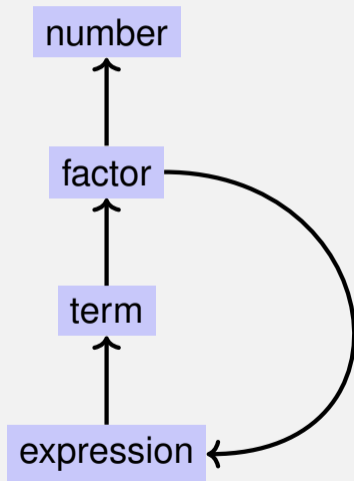
Rekursion!



Rekursion!



Rekursion!



EBNF — Und es funktioniert!

EBNF (calculator.cpp, Auswertung von links nach rechts):

```
factor    = number  
          | "(" expression ")"  
          | "-" factor.
```

```
term      = factor { "*" factor | "/" factor }.
```

```
expression = term { "+" term | "-" term }.
```

```
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << expression (input) << "\n"; // -4
```


16. Structs

Rationale Zahlen, Struct-Definition

Rechnen mit rationalen Zahlen

- Rationale Zahlen (\mathbb{Q}) sind von der Form $\frac{n}{d}$ mit n und d in \mathbb{Z}
- C++ hat keinen „eingebauten“ Typ für rationale Zahlen

Rechnen mit rationalen Zahlen

- Rationale Zahlen (\mathbb{Q}) sind von der Form $\frac{n}{d}$ mit n und d in \mathbb{Z}
- C++ hat keinen „eingebauten“ Typ für rationale Zahlen

Ziel

Wir bauen uns selbst einen C++-Typ für rationale Zahlen! 😊

Vision

```
// input
std::cout << "Rational number r =? ";
rational r;
std::cin >> r;
std::cout << "Rational number s =? ";
rational s;
std::cin >> s;

// computation and output
std::cout << "Sum is " << r + s << ".\n";
```

Ein erstes Struct

```
struct rational {  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

Ein erstes Struct

```
struct rational {  
    int n; ← Member-Variable (n)umerator)  
    int d; // INV: d != 0  
};  
           ← Member-Variable (d)enominator)
```

Ein erstes Struct

```
struct rational {  
    int n; ← Member-Variable  
    int d; // INV: d != 0  
};  
           ← Member-Variable
```

- struct definiert einen neuen *Typ*

Ein erstes Struct

```
struct rational {  
    int n; ← Member-Variable  
    int d; // INV: d != 0  
};  
           ← Member-Variable
```

- `struct` definiert einen neuen *Typ*
- Formaler Wertebereich: *kartesisches Produkt* der Wertebereiche existierender Typen

Ein erstes Struct

```
struct rational {  
    int n; ← Member-Variable  
    int d; // INV: d != 0  
};  
           ← Member-Variable
```

- `struct` definiert einen neuen *Typ*
- Formaler Wertebereich: *kartesisches Produkt* der Wertebereiche existierender Typen
- Echter Wertebereich: `rational` \subsetneq `int` \times `int`.

Zugriff auf Member-Variablen

```
struct rational {
    int n;
    int d; // INV: d != 0
};

rational add (rational a, rational b){
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

$$\frac{r_n}{r_d} := \frac{a_n}{a_d} + \frac{b_n}{b_d} = \frac{a_n \cdot b_d + a_d \cdot b_n}{a_d \cdot b_d}$$

Eingabe

```
// Input r
rational r;
std::cout << "Rational number r:\n";
std::cout << " numerator =? ";
std::cin >> r.n;
std::cout << " denominator =? ";
std::cin >> r.d;

// Input s the same way
rational s;
...
```

Vision in Reichweite ...

```
// computation
const rational t = add (r, s);

// output
std::cout << "Sum is " << t.n << "/" << t.d << ".\n";
```

Struct-Definitionen: Beispiele

```
struct rational_vector_3 {  
    rational x;  
    rational y;  
    rational z;  
};
```

Zugrundeliegende Typen können fundamentale aber auch **benutzerdefinierte** Typen sein.

Struct-Definitionen: Beispiele

```
struct extended_int {  
    // represents value if is_positive==true  
    // and -value otherwise  
    unsigned int value;  
    bool is_positive;  
};
```

Die zugrundeliegenden Typen können natürlich auch **verschieden** sein.

Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
rational s; ← Member-Variablen uninitialisiert (wird  
sich bald ändern)
```

```
rational t = {1,5};
```

```
rational u = t;
```

```
t = u;
```

```
rational v = add (u,t);
```

Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
rational s;
```

```
rational t = {1,5};
```

Memberweise Initialisierung:

t.n = 1, t.d = 5

```
rational u = t;
```

```
t = u;
```

```
rational v = add (u,t);
```


Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
rational s;
```

```
rational t = {1,5};
```

```
rational u = t; ← Memberweise Kopie
```

```
t = u;
```

```
rational v = add (u,t);
```

Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
rational s;
```

```
rational t = {1,5};
```

```
rational u = t;
```

```
t = u; ← Memberweise Kopie
```

```
rational v = add (u,t);
```

Structs: Initialisierung und Zuweisung

```
rational s;
```

```
rational t = {1,5};
```

```
rational u = t;
```

```
t = u;
```

```
rational v = add (u,t); ← Memberweise Kopie
```

Structs vergleichen?

Für jeden fundamentalen Typ (`int`, `double`, ...) gibt es die Vergleichsoperatoren `==` und `!=`, aber nicht für Structs! Warum?

Structs vergleichen?

Für jeden fundamentalen Typ (`int`, `double`, ...) gibt es die Vergleichsoperatoren `==` und `!=`, aber nicht für Structs! Warum?

- Memberweiser Vergleich ergibt im allgemeinen keinen Sinn,...

Structs vergleichen?

Für jeden fundamentalen Typ (`int`, `double`, ...) gibt es die Vergleichsoperatoren `==` und `!=`, aber nicht für Structs! Warum?

- Memberweiser Vergleich ergibt im allgemeinen keinen Sinn,...
- ...denn dann wäre z.B. $\frac{2}{3} \neq \frac{4}{6}$

Benutzerdefinierte Operatoren

Statt

```
rational t = add(r, s);
```

würden wir lieber

```
rational t = r + s;
```

schreiben.

Benutzerdefinierte Operatoren

Statt

```
rational t = add(r, s);
```

würden wir lieber

```
rational t = r + s;
```

schreiben.

Das geht mit *Operator-Überladung*.

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);
std::cout << sq (1.414);
std::cout << pow (2);
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);
std::cout << sq (1.414);
std::cout << pow (2);
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);
std::cout << sq (1.414);
std::cout << pow (2);
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);           // Compiler wählt f2
std::cout << sq (1.414);
std::cout << pow (2);
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);           // Compiler wählt f2
std::cout << sq (1.414);       // Compiler wählt f1
std::cout << pow (2);
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }         // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);           // Compiler wählt f2
std::cout << sq (1.414);       // Compiler wählt f1
std::cout << pow (2);          // Compiler wählt f4
std::cout << pow (3,3);
```

Funktionsüberladung

- Eine Funktion ist bestimmt durch Namen, Typen, Anzahl und Reihenfolge der Argumente

```
double sq (double x) { ... }           // f1
int sq (int x) { ... }                 // f2
int pow (int b, int e) { ... }        // f3
int pow (int e) { return pow (2,e); } // f4
```

- Der Compiler wählt bei einem Funktionsaufruf automatisch die Funktion, welche „am besten passt“

```
std::cout << sq (3);           // Compiler wählt f2
std::cout << sq (1.414);       // Compiler wählt f1
std::cout << pow (2);          // Compiler wählt f4
std::cout << pow (3,3);        // Compiler wählt f3
```

Operator-Überladung

- Operatoren sind spezielle Funktionen und können auch überladen werden
- Name des Operators *op*:

```
operatorop
```


rational addieren, bisher

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational add (rational a, rational b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
...
const rational t = add (r, s);
```

rational addieren, neu

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (rational a, rational b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
...
const rational t = r + s;
```

rational addieren, neu

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (rational a, rational b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
...
const rational t = r + s;
```

↑
Infix-Notation

rational addieren, neu

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (rational a, rational b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
...
const rational t = operator+ (r, s);
```



Äquivalent, aber unpraktisch: funktionale Notation

Unäres Minus

Nur ein Argument:

```
// POST: return value is  $-a$   
rational operator- (rational a)  
{  
    a.n =  $-a.n$ ;  
    return a;  
}
```

Vergleichsoperatoren

können auch definiert werden, so dass sie das “Richtige” machen:

Vergleichsoperatoren

können auch definiert werden, so dass sie das “Richtige” machen:

```
// POST: returns true iff a == b
bool operator==(rational a, rational b)
{
    return a.n * b.d == a.d * b.n;
}
```

Vergleichsoperatoren

können auch definiert werden, so dass sie das “Richtige” machen:

```
// POST: returns true iff a == b
bool operator==(rational a, rational b)
{
    return a.n * b.d == a.d * b.n;
}
```

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \checkmark$$

Arithmetische Zuweisungen

Wir wollen z.B. schreiben

```
rational r;  
r.n = 1; r.d = 2;           // 1/2
```

```
rational s;  
s.n = 1; s.d = 3;         // 1/3
```

```
r += s;  
std::cout << r.n << "/" << r.d;    // 5/6
```

Operator +=

```
rational& operator+= (rational& a, rational b)
{
    a.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    a.d *= b.d;
    return a;
}
```

Operator +=

```
rational& operator+= (rational& a, rational b)
{
    a.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    a.d *= b.d;
    return a;
}
```

- Der L-Wert a wird um den Wert von b erhöht und als L-Wert zurückgegeben.

Ein-/Ausgabeoperatoren

können auch überladen werden.

■ Bisher:

```
std::cout << "Sum is "  
          << t.n << "/" << t.d << "\n";
```

■ Neu (gewünscht):

```
std::cout << "Sum is "  
          << t << "\n";
```

Ein-/Ausgabeoperatoren

können auch überladen werden wie folgt:

```
// POST: r has been written to out
std::ostream& operator<< (std::ostream& out,
                          rational r)
{
    return out << r.n << "/" << r.d;
}
```

Ein-/Ausgabeoperatoren

können auch überladen werden wie folgt:

```
// POST: r has been written to out
std::ostream& operator<< (std::ostream& out,
                          rational r)
{
    return out << r.n << "/" << r.d;
}
```

schreibt `r` auf den Ausgabestrom
und gibt diesen als L-Wert zurück

Eingabe

```
// PRE: in starts with a rational number
// of the form "n/d"
// POST: r has been read from in
std::istream& operator>> (std::istream& in,
                          rational& r){
    char c; // separating character '/'
    return in >> r.n >> c >> r.d;
}
```

liest `r` aus dem Eingabestrom
und gibt diesen als L-Wert zurück.

Ziel erreicht!

```
// input
std::cout << "Rational number r =? ";
rational r;
std::cin >> r;

std::cout << "Rational number s =? ";
rational s;
std::cin >> s;

// computation and output
std::cout << "Sum is " << r + s << ".\n";
```


Ziel erreicht!

```
// input
std::cout << "Rational number r =? ";
rational r;
std::cin >> r;

std::cout << "Rational number s =? ";
rational s;
std::cin >> s;

// computation and output
std::cout << "Sum is " << r + s << ".\n";
```

operator >>

operator +

operator <<