

10. Funktionen II

Vor- und Nachbedingungen Stepwise Refinement,
Gültigkeitsbereich, Bibliotheken, Standardfunktionen

Vorbedingungen

Vorbedingung (precondition):

- Was muss bei Funktionsaufruf gelten?
- Spezifiziert *Definitionsbereich* der Funktion.

Vorbedingungen

Vorbedingung (precondition):

- Was muss bei Funktionsaufruf gelten?
- Spezifiziert *Definitionsbereich* der Funktion.

0^e ist für $e < 0$ undefiniert

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
```

Nachbedingungen

Nachbedingung (postcondition):

- Was gilt nach Funktionsaufruf?
- Spezifiziert *Wert* und *Effekt* des Funktionsaufrufes.

Nachbedingungen

Nachbedingung (postcondition):

- Was gilt nach Funktionsaufruf?
- Spezifiziert *Wert* und *Effekt* des Funktionsaufrufes.

Hier nur Wert, kein Effekt.

```
// POST: return value is  $b^e$ 
```

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- *Wenn* die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, *dann* gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion `pow`: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- *Wenn* die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, *dann* gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion `pow`: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- *Wenn* die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, *dann* gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion `pow`: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Fromme Lügen...

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0  
// POST: return value is be
```

ist formal inkorrekt:

- Überlauf, falls e oder b zu gross sind
- b^e vielleicht nicht als double Wert darstellbar (Löcher im Wertebereich)

Fromme Lügen...

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0  
// POST: return value is be
```

ist formal inkorrekt:

- Überlauf, falls e oder b zu gross sind
- b^e vielleicht nicht als double Wert darstellbar (Löcher im Wertebereich)

Fromme Lügen... sind erlaubt.

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0  
// POST: return value is be
```

Mathematische Bedingungen als Kompromiss zwischen formaler Korrektheit und lascher Praxis.

Prüfen von Vorbedingungen...

- Vorbedingungen sind nur Kommentare.

Prüfen von Vorbedingungen...

- Vorbedingungen sind nur Kommentare.
- Wie können wir *sicherstellen*, dass sie beim Funktionsaufruf gelten?

... mit Assertions

```
#include <cassert>
...
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e) {
    assert (e >= 0 || b != 0);
    double result = 1.0;
    ...
}
```

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis „komplizierter“ Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis „komplizierter“ Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.
- Dann lohnt sich der Einsatz von `assert` für die Nachbedingung

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis „komplizierter“ Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.
- Dann lohnt sich der Einsatz von `assert` für die Nachbedingung

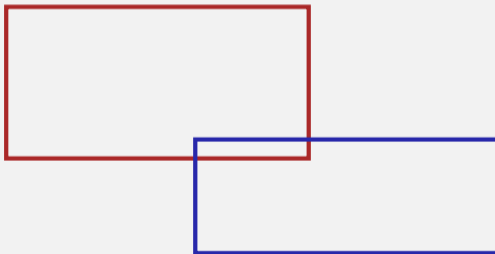
```
// PRE: the discriminant  $p*p/4 - q$  is nonnegative
// POST: returns larger root of the polynomial  $x^2 + p x + q$ 
double root(double p, double q)
{
    assert(p*p/4 >= q); // precondition
    double x1 = - p/2 + sqrt(p*p/4 - q);
    assert(equals(x1*x1+p*x1+q,0)); // postcondition
    return x1;
}
```

Stepwise Refinement

- Einfache *Programmiertechnik* zum Lösen komplexer Probleme

Beispielproblem

Finde heraus, ob sich zwei Rechtecke schneiden!



Top-Down Ansatz

- Formulierung einer groben Lösung mit Hilfe von
 - Kommentaren
 - fiktiven Funktionen
- Wiederholte Verfeinerung:
 - Kommentare \longrightarrow Programmtext
 - fiktive Funktionen \longrightarrow Funktionsdefinitionen

Top-Down Ansatz

- Formulierung einer groben Lösung mit Hilfe von
 - Kommentaren
 - fiktiven Funktionen
- Wiederholte Verfeinerung:
 - Kommentare \longrightarrow Programmtext
 - fiktive Funktionen \longrightarrow Funktionsdefinitionen

Grobe Lösung

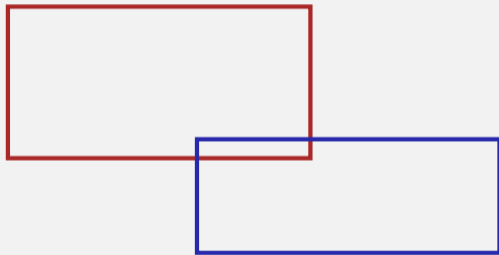
```
int main()
{
    // Eingabe Rechtecke

    // Schnitt?

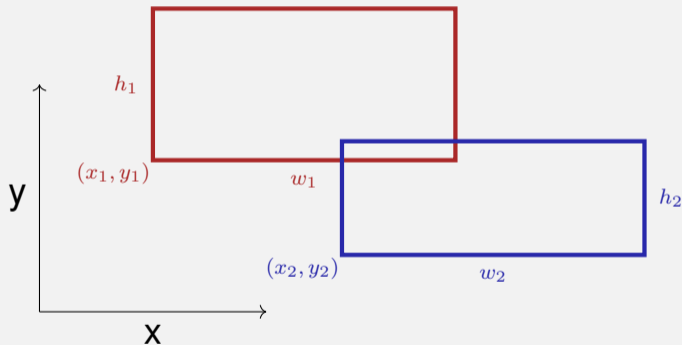
    // Ausgabe der Loesung

    return 0;
}
```

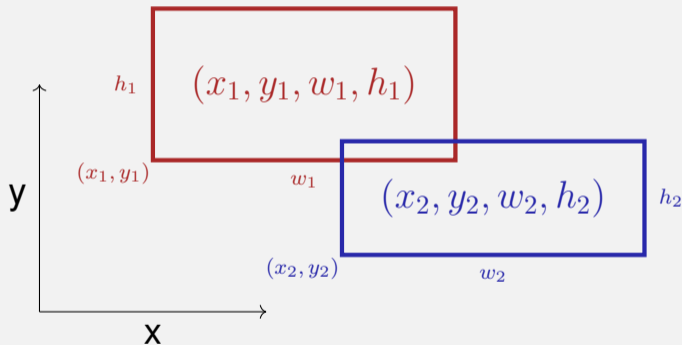
Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke



Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke

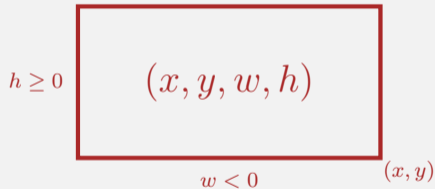


Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke



Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke

Breite w und/oder Höhe h dürfen negativ sein!



Verfeinerung 1: Eingabe Rechtecke

```
int main()
{
    std::cout << "Enter two rectangles [x y w h each] \n";
    int x1, y1, w1, h1;
    std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
    int x2, y2, w2, h2;
    std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;

    // Schnitt?

    // Ausgabe der Loesung

    return 0;
}
```

Verfeinerung 2: Schnitt? und Ausgabe

```
int main()
{
```

Eingabe Rectecke ✓

```
bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);
```

```
if (clash)
    std::cout << "intersection!\n";
```

```
else
    std::cout << "no intersection!\n";
```

```
return 0;
```

```
}
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion...

```
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,  
                          int x2, int y2, int w2, int h2)  
{  
    return false; // todo  
}
```

```
int main() {
```

Eingabe Rechtecke ✓

Schnitt? ✓

Ausgabe der Loesung ✓

```
    return 0;
```

```
}
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion...

```
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,  
                          int x2, int y2, int w2, int h2)  
{  
    return false; // todo  
}
```

Funktion main ✓

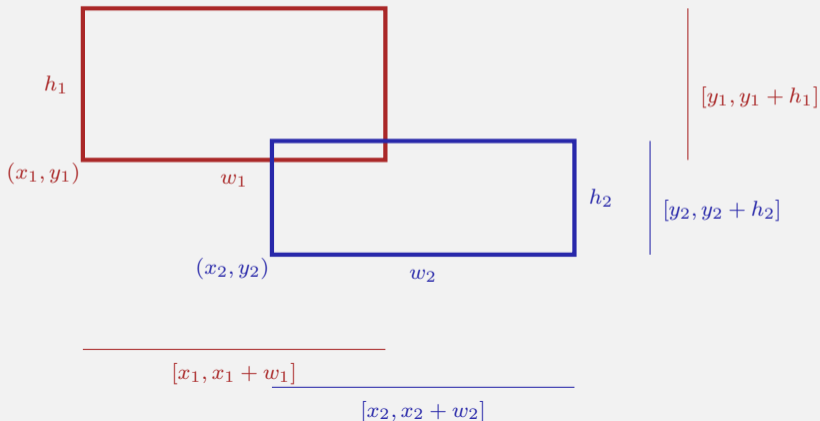
Verfeinerung 3:

... mit PRE und POST!

```
// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles,  
//       where w1, h1, w2, h2 may be negative.  
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1) and  
//       (x2, y2, w2, h2) intersect  
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,  
                          int x2, int y2, int w2, int h2)  
{  
    return false; // todo  
}
```

Verfeinerung 4: Intervallschnitt

Zwei Rechtecke schneiden sich genau dann, wenn sich ihre x - und y -Intervalle schneiden.



Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles, where
//       w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return intervals_intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals_intersect(y1, y1 + h1, y2, y2 + h2);
}
```

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles, where
//       w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return intervals_intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals_intersect(y1, y1 + h1, y2, y2 + h2); ✓
}
```

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,  
//       with [a,b] := [b,a] if a>b  
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect  
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)  
{  
    return false; // todo  
}
```

Funktion rectangles_intersect ✓

Funktion main ✓

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,  
//       with [a,b] := [b,a] if a>b  
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect  
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)  
{  
    return max(a1, b1) >= min(a2, b2)  
        && min(a1, b1) <= max(a2, b2);  
}
```

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,  
//       with [a,b] := [b,a] if a>b  
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect  
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)  
{  
    return max(a1, b1) >= min(a2, b2)  
        && min(a1, b1) <= max(a2, b2); ✓  
}
```

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// POST: the maximum of x and y is returned
int max(int x, int y){
    if (x>y) return x; else return y;
}
```

```
// POST: the minimum of x and y is returned
int min(int x, int y){
    if (x<y) return x; else return y;
}
```

Funktion `intervals_intersect` ✓

Funktion `rectangles_intersect` ✓

Funktion `main` ✓

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// POST: the maximum of x and y is returned
```

```
int max(int x, int y){  
    if (x>y) return x; else return y;  
}
```

gibt es schon in der Standardbibliothek

```
// POST: the minimum of x and y is returned
```

```
int min(int x, int y){  
    if (x<y) return x; else return y;  
}
```

Funktion `intervals_intersect` ✓

Funktion `rectangles_intersect` ✓

Funktion `main` ✓

Nochmal zurück zu Intervallen

```
// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,  
//       with [a,b] := [b,a] if a>b  
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect  
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)  
{  
    return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)  
        && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2); ✓  
}
```


Das haben wir schrittweise erreicht!

```
#include <iostream>
#include <algorithm>

// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,
//      with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)
        && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2);
}

// PRE: (x1, y1, w1, h1), (x2, y2, w2, h2) are rectangles, where
//      w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, y1, w1, h1),(x2, y2, w2, h2) intersect
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                          int x2, int y2, int w2, int h2)
{
    return intervals_intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals_intersect(y1, y1 + h1, y2, y2 + h2);
}
```

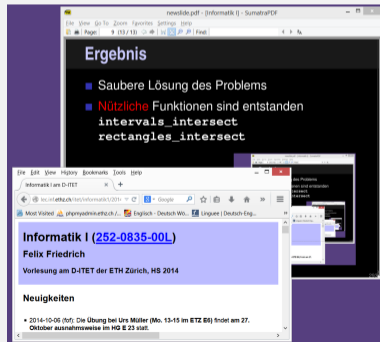
```
int main ()
{
    std::cout << "Enter two rectangles [x y w h each]\n";
    int x1, y1, w1, h1;
    std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
    int x2, y2, w2, h2;
    std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;
    bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);
    if (clash)
        std::cout << "intersection!\n";
    else
        std::cout << "no intersection!\n";
    return 0;
}
```

Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- Nützliche Funktionen sind entstanden
`intervals_intersect`
`rectangles_intersect`

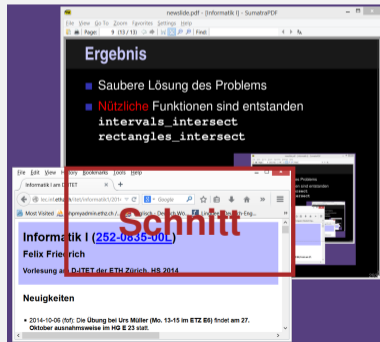
Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- **Nützliche** Funktionen sind entstanden
`intervals_intersect`
`rectangles_intersect`



Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- **Nützliche** Funktionen sind entstanden
`intervals_intersect`
`rectangles_intersect`



Wo darf man eine Funktion benutzen?

```
#include <iostream>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    std::cout << f(1); // Fehler: f undeklariert
```

```
    return 0;
```

```
}
```

```
int f(int i) // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
```

```
{
```

```
    return i;
```

```
}
```

Gültigkeit f



Gültigkeitsbereich einer Funktion

- ist der Teil des Programmes, in dem die Funktion aufgerufen werden kann

Gültigkeitsbereich einer Funktion

- ist der Teil des Programmes, in dem die Funktion aufgerufen werden kann

Erweiterung durch *Deklaration* einer Funktion: wie Definition aber ohne {...}.

```
double pow(double b, int e);
```

So geht's also nicht...

```
#include <iostream>
```

```
int main()
{
    std::cout << f(1); // Fehler: f undeklariert
    return 0;
}
```

```
int f(int i) // Gültigkeitsbereich von f ab hier
{
    return i;
}
```

Gültigkeit f



... aber so!

```
#include <iostream>
int f(int i); // Gueltingkeitsbereich von f ab hier

int main()
{
    std::cout << f(1);
    return 0;
}

int f(int i)
{
    return i;
}
```

Forward Declarations, wozu?

Funktionen, die sich gegenseitig aufrufen:

```
int f(...) // f ab hier gültig
{
    g(...) // g ist undeklariert
}

int g(...) // g ab hier gültig!
{
    f(...) // ok
}
```

The diagram illustrates the validity of functions f and g. A blue arrow labeled "Gültigkeit g" points downwards from the start of function g to the end of function f. A red arrow labeled "Gültigkeit f" points downwards from the start of function f to the end of function g.

Forward Declarations, wozu?

Funktionen, die sich gegenseitig aufrufen:

```
int g(...); // g ab hier gültig

int f(...) // f ab hier gültig
{
    g(...) // ok
}

int g(...)
{
    f(...) // ok
}
```

Wiederverwendbarkeit

- Funktionen wie `rectangles_intersect` und `pow` sind in vielen Programmen nützlich.

Wiederverwendbarkeit

- Funktionen wie `rectangles_intersect` und `pow` sind in vielen Programmen nützlich.
- „Lösung:“ Funktion einfach ins Hauptprogramm hineinkopieren, wenn wir sie brauchen!

Level 1: Auslagern der Funktion

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e)
{
    double result = 1.0;
    if (e < 0) { // b^e = (1/b)^(-e)
        b = 1.0/b;
        e = -e;
    }
    for (int i = 0; i < e; ++i)
        result *= b;
    return result;
}
```

Level 1: Auslagern der Funktion

```
double pow(double b, int e); in  
separater Datei mymath.cpp
```

Level 1: Inkludieren der Funktion

```
// Prog: callpow2.cpp
// Call a function for computing powers.

#include <iostream>
#include "mymath.cpp"

int main()
{
    std::cout << pow( 2.0, -2) << "\n";
    std::cout << pow( 1.5, 2) << "\n";
    std::cout << pow( 5.0, 1) << "\n";
    std::cout << pow(-2.0, 9) << "\n";

    return 0;
}
```


Level 1: Inkludieren der Funktion

```
// Prog: callpow2.cpp
// Call a function for computing powers.
```

```
#include <iostream>
#include "mymath.cpp" ← im Arbeitsverzeichnis
```

```
int main()
{
    std::cout << pow( 2.0, -2) << "\n";
    std::cout << pow( 1.5, 2) << "\n";
    std::cout << pow( 5.0, 1) << "\n";
    std::cout << pow(-2.0, 9) << "\n";

    return 0;
}
```

Nachteil des Inkludierens

- `#include` kopiert die Datei (`mymath.cpp`) in das Hauptprogramm (`callpow2.cpp`).

Nachteil des Inkludierens

- `#include` kopiert die Datei (`mymath.cpp`) in das Hauptprogramm (`callpow2.cpp`).
- Der Compiler muss die Funktionsdefinition für jedes Programm neu übersetzen.



```
Terminal — tcsh8.5 — 80x24
Shabdas-iMac:~ admin$ sudo port install amarok
--> Fetching pkgconfig
--> Attempting to fetch pkg-config-0.25.tar.gz from http://aarnet.au.distfiles
      .macports.org/pub/macports/mpdistfiles/pkgconfig
--> Verifying checksum(s) for pkgconfig
--> Extracting pkgconfig
--> Applying patches to pkgconfig
--> Configuring pkgconfig
--> Building pkgconfig
--> Staging pkgconfig into destroot
--> Installing pkgconfig @0.25_1
--> Deactivating pkgconfig @0.23_1
--> Activating pkgconfig @0.25_1
--> Cleaning pkgconfig
--> Computing dependencies for openssl
--> Fetching openssl
--> Attempting to fetch openssl-1.0.0c.tar.gz from http://aarnet.au.distfiles.
      macports.org/pub/macports/mpdistfiles/openssl
--> Verifying checksum(s) for openssl
--> Extracting openssl
--> Applying patches to openssl
--> Configuring openssl
--> Building openssl
--> Staging openssl into destroot
```

Level 2: Getrennte Übersetzung

```
double pow(double b,  
           int e)  
{  
    ...  
}
```

mymath.cpp

g++ -c mymath.cpp

```
001110101100101010  
000101110101000111  
000101110101000111  
111100001101010001  
111111101000111010  
010101101011010001  
100101111100101010
```

mymath.o

Level 2: Getrennte Übersetzung

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0  
// POST: return value is b^e  
double pow(double b, int e);
```

mymath.h

Level 2: Getrennte Übersetzung

```
#include <iostream>
#include "mymath.h"
int main()
{
    std::cout << pow(2,-2) << "\n";
    return 0;
}
```

callpow3.cpp



```
001110101100101010
000101110101000111
000101110011111111
Funktion main
111100001101010001
010101101011010001
100111110010101010
rufe pow auf!
111111101000111010
```

callpow3.o

Der Linker vereint...

```
001110101100101010
000101110101000111
000101110101000111
111100001101010001
111111101000111010
010101101011010001
100101111100101010
```

mymath.o

+

```
001110101100101010
000101110101000111
000101110101000111
111100001101010001
010101101011010001
100101111100101010
111111101000111010
```

callpow3.o

... was zusammengehört

```
001110101100101010
000101110101000111
0001011 Funktion pow 1
111100001101010001
111111101000111010
010101101011010001
100101111100101010
```

mymath.o

+

```
001110101100101010
000101110101000111
0001011 Funktion main
111100001101010001
010101101011010001
100 rufe pow auf! 1010
111111101000111010
```

callpow3.o

=

```
001110101100101010
000101110101000111
0001011 Funktion pow 1
111100001101010001
111111101000111010
010101101011010001
100101111100101010
001110101100101010
000101110101000111
0001011 Funktion main
111100001101010001
010101101011010001
100 rufe addr auf! 1010
111111101000111010
```

Ausführbare Datei callpow3

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

`mymath.cpp` (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von `mymath.o` (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

`mymath.cpp` (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von `mymath.o` (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Viele Anbieter von Funktionsbibliotheken liefern dem Benutzer keinen Quellcode.

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

`mymath.cpp` (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von `mymath.o` (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Viele Anbieter von Funktionsbibliotheken liefern dem Benutzer keinen Quellcode.

Header-Dateien sind dann die *einzigsten* lesbaren Informationen.

Open-Source-Software

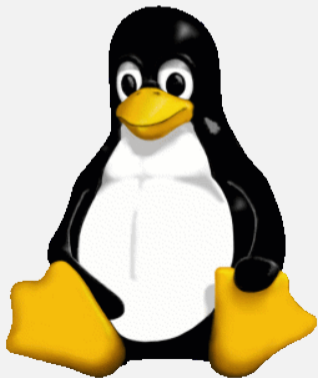
- Alle Quellcodes sind verfügbar.

Open-Source-Software

- Alle Quellcodes sind verfügbar.
- Nur das erlaubt die Weiterentwicklung durch Benutzer und engagierte „Hacker“.

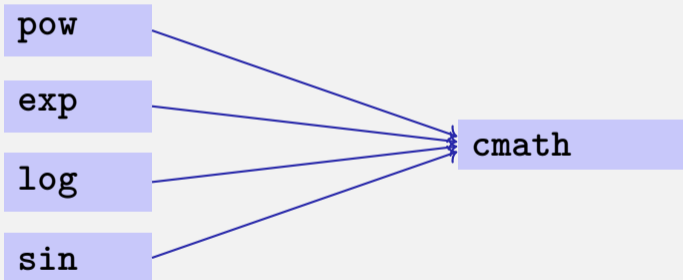
Open-Source-Software

- Alle Quellcodes sind verfügbar.
- Nur das erlaubt die Weiterentwicklung durch Benutzer und engagierte „Hacker“.



Bibliotheken

- Logische Gruppierung ähnlicher Funktionen



Namensräume...

```
// cmath
namespace std {

    double pow(double b, int e);

    ....
    double exp(double x);
    ...
}
```


... vermeiden Namenskonflikte

```
#include <cmath>
#include "mymath.h"

int main()
{
    double x = std::pow(2.0, -2); // <cmath>
    double y = pow(2.0, -2); // mymath.h
}
```

Funktionen aus der Standardbibliothek

- vermeiden die Neuerfindung des Rades (wie bei `std::pow`);
- führen auf einfache Weise zu interessanten und effizienten Programmen;

Funktionen aus der Standardbibliothek

- vermeiden die Neuerfindung des Rades (wie bei `std::pow`);
- führen auf einfache Weise zu interessanten und effizienten Programmen;
- garantieren einen Qualitäts-Standard, der mit selbstgeschriebenen Funktionen kaum erreicht werden kann.

Beispiel: Primzahltest mit sqrt

$n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \dots, n - 1\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int d;  
for (d=2; n % d != 0; ++d);
```

Primzahltest mit sqrt

$n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \dots, \lfloor \sqrt{n} \rfloor\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int bound = std::sqrt(n);  
unsigned int d;  
for (d = 2; d <= bound && n % d != 0; ++d);
```

Primzahltest mit sqrt

$n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \dots, \lfloor \sqrt{n} \rfloor\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int bound = std::sqrt(n);  
unsigned int d;  
for (d = 2; d <= bound && n % d != 0; ++d);
```

- Das funktioniert, weil `std::sqrt` auf die nächste darstellbare `double`-Zahl rundet (IEEE Standard 754).

```
void swap(int x, int y) {  
    int t = x;  
    x = y;  
    y = t;  
}  
  
int main(){  
    int a = 2;  
    int b = 1;  
    swap(a, b);  
    assert(a==1 && b==2);  
}
```

```
void swap(int x, int y) {  
    int t = x;  
    x = y;  
    y = t;  
}  
  
int main(){  
    int a = 2;  
    int b = 1;  
    swap(a, b);  
    assert(a==1 && b==2); // fail! 😞  
}
```



```
// POST: values of x and y are exchanged
void swap(int& x, int& y) {
    int t = x;
    x = y;
    y = t;
}

int main(){
    int a = 2;
    int b = 1;
    swap(a, b);
    assert(a==1 && b==2);
}
```

```
// POST: values of x and y are exchanged
void swap(int& x, int& y) {
    int t = x;
    x = y;
    y = t;
}

int main(){
    int a = 2;
    int b = 1;
    swap(a, b);
    assert(a==1 && b==2); // ok! 😊
}
```

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!
- Kein neues Konzept auf der Funktionenseite, sondern eine neue Klasse von Typen

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!
- Kein neues Konzept auf der Funktionenseite, sondern eine neue Klasse von Typen



Referenztypen (z.B. `int&`)