3. Wahrheitswerte

Boolesche Funktionen; der Typ `bool`; logische und relationale Operatoren; Kurzschlussauswertung

Wo wollen wir hin?

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

Wo wollen wir hin?

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

Verhalten hängt ab vom Wert eines *Booleschen Ausdrucks*

Wo wollen wir hin?

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

Verhalten hängt ab vom Wert eines *Booleschen Ausdrucks*

Boolesche Werte in der Mathematik

Boolesche Ausdrücke können zwei mögliche Werte annehmen:

0 oder *1*

Boolesche Werte in der Mathematik

Boolesche Ausdrücke können zwei mögliche Werte annehmen:

0 oder *1*

- *0* entspricht *„falsch”*
- *1* entspricht *„wahr”*

Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*

Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*
- Literale `false` und `true`

Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*
- Literale `false` und `true`
- Wertebereich $\{$*false*, *true*$\}$

```
bool b = true; // Variable mit Wert true (wahr)
```

Relationale Operatoren

`a < b` (kleiner als)

Zahlentyp $\times$ Zahlentyp $\rightarrow$ `bool`

R-Wert $\times$ R-Wert $\rightarrow$ R-Wert

Relationale Operatoren

`a < b` (kleiner als)

```
bool b = (1 < 3); // b =
```

Relationale Operatoren

`a < b` (kleiner als)

```
bool b = (1 < 3); // b = true (wahr)
```

Relationale Operatoren

`a >= b` (grösser gleich)

```
int a = 0;
bool b = (a >= 3); // b =
```

Relationale Operatoren

`a >= b` (grösser gleich)

```
int a = 0;
bool b = (a >= 3); // b = false (falsch)
```

Relationale Operatoren

`a == b` (gleich)

```
int a = 4;
bool b = (a % 3 == 1); // b =
```

Relationale Operatoren

`a == b` (gleich)

```
int a = 4;
bool b = (a % 3 == 1); // b = true (wahr)
```

Relationale Operatoren

`a != b` (ungleich)

```
int a = 1;
bool b = (a != 2*a-1); // b =
```

Relationale Operatoren

`a != b` (ungleich)

```
int a = 1;
bool b = (a != 2*a-1); // b = false (falsch)
```

Boolesche Funktionen in der Mathematik

- Boolesche Funktion

$$f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$$

- 0 entspricht „falsch”.
- 1 entspricht „wahr”.

$\mathrm{AND}(x, y)$ $x \wedge y$

- “Logisches Und”

$$f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$$

- 0 entspricht „falsch”.
- entspricht „wahr”.

x	y	$\mathrm{AND}(x, y)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Logischer Operator &&

`a && b` (logisches Und)

$$\texttt{bool} \times \texttt{bool} \to \texttt{bool}$$

$$\text{R-Wert} \times \text{R-Wert} \to \text{R-Wert}$$

Logischer Operator &&

`a && b` (logisches Und)

```
int n = -1;
int p = 3;
bool b = (n < 0) && (0 < p); //
```

Logischer Operator &&

`a && b` (logisches Und)

```
int n = -1;
int p = 3;
bool b = (n < 0) && (0 < p); // b = true (wahr)
```

$\mathrm{OR}(x, y)$ $x \vee y$

- “Logisches Oder”

$$f : \{0, 1\}^2 \to \{0, 1\}$$

- 0 entspricht „falsch”.
- entspricht „wahr”.

x	y	$\mathrm{OR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Logischer Operator `||`

`a || b` (logisches Oder)

$$\texttt{bool} \times \texttt{bool} \to \texttt{bool}$$

$$\text{R-Wert} \times \text{R-Wert} \to \text{R-Wert}$$

Logischer Operator ||

`a || b` (logisches Oder)

```
int n = 1;
int p = 0;
bool b = (n < 0) || (0 < p); //
```

Logischer Operator ||

`a || b` (logisches Oder)

```
int n = 1;
int p = 0;
bool b = (n < 0) || (0 < p); // b = false (falsch)
```

$\mathrm{NOT}(x)$ $\neg x$

- “Logisches Nicht”

$$f : \{0, 1\} \to \{0, 1\}$$

x	$\mathrm{NOT}(x)$
0	1
1	0

- 0 entspricht „falsch”.
- entspricht „wahr”.

Logischer Operator !

`!b` (logisches Nicht)

`bool` $\rightarrow$ `bool`

R-Wert $\rightarrow$ R-Wert

Logischer Operator !

`!b` (logisches Nicht)

```
int n = 1;
bool b = !(n < 0); //
```

Logischer Operator !

`!b` (logisches Nicht)

```
int n = 1;
bool b = !(n < 0); // b = true (wahr)
```

Präzedenzen

```
!b && a
```

Präzedenzen

```
!b && a
```



```
(!b) && a
```

Präzedenzen

```
a && b || c && d
```

Präzedenzen

```
a && b || c && d
```

```
(a && b) || (c && d)
```

Präzedenzen

```
a || b   &&   c || d
```

Präzedenzen

```
a || b   &&   c || d
```

```
 a || (b && c) || d
```

Präzedenzen

```
7 + x < y && y != 3 * z || ! b
```

Präzedenzen

Der unäre logische Operator `!`

bindet stärker als

```
7 + x < y && y != 3 * z || (!b)
```

Präzedenzen

Der unäre logische Operator `!`

bindet stärker als

binäre arithmetische Operatoren. Diese

binden stärker als

```
(7 + x) < y && y != (3 * z) || (!b)
```

Präzedenzen

Der unäre logische Operator `!`

bindet stärker als

binäre arithmetische Operatoren. Diese

binden stärker als

relationale Operatoren,

und diese binden stärker als

```
((7 + x) < y) && (y != (3 * z)) || (!b)
```

Präzedenzen

Der unäre logische Operator `!`

bindet stärker als

binäre arithmetische Operatoren. Diese

binden stärker als

relationale Operatoren,

und diese binden stärker als

binäre logische Operatoren.

```
((7 + x) < y) && (y != (3 * z)) || (!b)
```

Einige Klammern auf den vorher gezeigten Folien waren unnötig.

Vollständigkeit

- AND, OR und NOT sind die in $\mathrm{C{+}{+}}$ verfügbaren Booleschen Funktionen.

Vollständigkeit: $\mathrm{XOR}(x, y)$

$x \oplus y$

- AND, OR und NOT sind die in $\mathrm{C{+}{+}}$ verfügbaren Booleschen Funktionen.
- Alle anderen *binären* Booleschen Funktionen sind daraus erzeugbar.

x	y	$\mathrm{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Vollständigkeit: $\mathrm{XOR}(x, y)$ $x \oplus y$

$$\mathrm{XOR}(x, y) = \mathrm{AND}(\mathrm{OR}(x, y), \mathrm{NOT}(\mathrm{AND}(x, y))).$$

Vollständigkeit: $\mathrm{XOR}(x, y)$ $x \oplus y$

$$\mathrm{XOR}(x, y) = \mathrm{AND}(\mathrm{OR}(x, y), \mathrm{NOT}(\mathrm{AND}(x, y))).$$

$$x \oplus y = (x \vee y) \wedge \neg(x \wedge y).$$

Vollständigkeit: $\mathrm{XOR}(x, y)$

$$\mathrm{XOR}(x, y) = \mathrm{AND}(\mathrm{OR}(x, y), \mathrm{NOT}(\mathrm{AND}(x, y))).$$

$$x \oplus y = (x \vee y) \wedge \neg(x \wedge y).$$

```
(x || y) && !(x && y)
```

Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

x	y	$\mathrm{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

x	y	$\mathrm{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Charakteristischer Vektor: 0110

Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

x	y	$\mathrm{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Charakteristischer Vektor: 0110

$$\mathrm{XOR} = f_{0110}$$

Vollständigkeit Beweis

- Schritt 1: erzeuge die *elementaren* Funktionen f_{0001}, f_{0010}, f_{0100}, f_{1000}

$$
\begin{aligned}
f_{0001} &= \mathrm{AND}(x, y) \\
f_{0010} &= \mathrm{AND}(x, \mathrm{NOT}(y)) \\
f_{0100} &= \mathrm{AND}(y, \mathrm{NOT}(x)) \\
f_{1000} &= \mathrm{NOT}(\mathrm{OR}(x, y))
\end{aligned}
$$

Vollständigkeit Beweis

- Schritt 2: erzeuge alle Funktionen durch “Veroderung” elementarer Funktionen

$$f_{1101} = \mathrm{OR}(f_{1000}, \mathrm{OR}(f_{0100}, f_{0001}))$$

Vollständigkeit Beweis

- Schritt 2: erzeuge alle Funktionen durch “Veroderung” elementarer Funktionen

$$f_{1101} = \mathrm{OR}(f_{1000}, \mathrm{OR}(f_{0100}, f_{0001}))$$

- Schritt 3: erzeuge f_{0000}

$$f_{0000} = 0.$$

`bool` vs `int`: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist

`bool` vs `int`: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist

`bool`	$\rightarrow$	`int`
true	$\rightarrow$	1
false	$\rightarrow$	0

`bool` vs `int`: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.

`bool`	→	`int`
true	→	1
false	→	0

`int`	→	`bool`
≠0	→	*true*
0	→	*false*

`bool` vs `int`: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.

`bool`	→	`int`
true	→	1
false	→	0

`int`	→	`bool`
≠0	→	*true*
0	→	*false*

```
bool b = 3; // b=true
```

`bool` vs `int`: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.
- Viele existierende Programme verwenden statt `bool` den Typ `int`.
  Das ist schlechter Stil, der noch auf die Sprache C zurückgeht.

`bool`	$\rightarrow$	`int`
true	$\rightarrow$	1
false	$\rightarrow$	0

`int`	$\rightarrow$	`bool`
$\neq 0$	$\rightarrow$	*true*
0	$\rightarrow$	*false*

```
bool b = 3; // b=true
```

DeMorgansche Regeln

- `!(a && b) == (!a || !b)`

DeMorgansche Regeln

- `!(a && b) == (!a || !b)`

! (reich *und* schön) == (arm *oder* hässlich)

DeMorgansche Regeln

- `!(a && b) == (!a || !b)`
- `!(a || b) == (!a && !b)`

`!` (reich *und* schön) == (arm *oder* hässlich)

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)
```

x oder y, und nicht beide

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)
```

x oder y, und nicht beide

```
(x || y)      && (!x || !y)
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)    x oder y, und nicht beide

(x || y)      && (!x || !y)   x oder y, und eines nicht
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)    x oder y, und nicht beide

(x || y)      && (!x || !y)   x oder y, und eines nicht

!(!x && !y)   && !(x && y)
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)       && !(x && y)    x oder y, und nicht beide

(x || y)       && (!x || !y)   x oder y, und eines nicht

!(!x && !y)    && !(x && y)    nicht keines, und nicht beide
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)      && !(x && y)    x oder y, und nicht beide

(x || y)      && (!x || !y)   x oder y, und eines nicht

!(!x && !y)   && !(x && y)    nicht keines, und nicht beide

!(!x && !y || x && y)
```

Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

```
(x || y)       && !(x && y)      x oder y, und nicht beide

(x || y)       && (!x || !y)     x oder y, und eines nicht

!(!x && !y)    && !(x && y)      nicht keines, und nicht beide

!(!x && !y || x && y)            nicht: keines oder beide
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6 $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6 $\Rightarrow$

```
true && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6 $\Rightarrow$

```
true && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0 $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0 $\Rightarrow$

```
false && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0 $\Rightarrow$ `false (falsch)`

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0 $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```

$\Rightarrow$ Keine Division durch 0

Fehlerquellen

- Fehler, die der Compiler findet:
  syntaktische und manche semantische Fehler

Fehlerquellen

- Fehler, die der Compiler findet:
  syntaktische und manche semantische Fehler
- Fehler, die der Compiler nicht findet:
  Laufzeitfehler (immer semantisch)

Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

≫ It's not a bug, it's a feature !!≪

Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

2. Überprüfe an vielen kritischen Stellen, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist!

Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

2. Überprüfe an vielen kritischen Stellen, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist!
3. Hinterfrage auch das (scheinbar) Offensichtliche, es könnte sich ein simpler Tippfehler eingeschlichen haben!

Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

```
assert(expr)
```

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist

Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

```
assert(expr)
```

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist
- benötigt `#include <cassert>`

Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

```
assert(expr)
```

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist
- benötigt `#include <cassert>`
- kann abgeschaltet werden

DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das Offensichtliche!

```
#include<cassert>

int main()
{
  bool x = ...; // whatever x and y actually are,
  bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
  assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
  assert ( !(x || y) == (!x && !y) );
  return 0;
}
```

DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das Offensichtliche!

```
#include<cassert>

int main()
{
  bool x = ...; // whatever x and y actually are,
  bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
  assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
  assert ( !(x || y) == (!x && !y) );
  return 0;
}
```

DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das scheinbar Offensichtliche!

```
#include<cassert>

int main()
{
  bool x = ...; // whatever x and y actually are,
  bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
  assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
  assert ( !(x && y) == (!x && !y) ); //assertion failure
  return 0;
}
```

Assertions abschalten

```
#define NDEBUG    // to ignore assertions
#include<cassert>

int main()
{
  bool x; // whatever x and y actually are,
  bool y; // De Morgan's laws will hold:
  assert ( !(x && y) == (!x || !y) ); // ignored
  assert ( !(x || y) == (!x && !y) ); // ignored
  return 0;
}
```

Div-Mod Identität

`a/b * b + a%b == a`

Überprüfe, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist...

```
std::cout << "Dividend a =? ";
int a;
std::cin >> a;

std::cout << "Divisor b =? ";
int b;
std::cin >> b;

// check input
assert (b != 0);
```

Eingabe der Argumente für die Berechnung

Div-Mod Identität

`a/b * b + a%b == a`

Überprüfe, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist...

```
std::cout << "Dividend a =? ";
int a;
std::cin >> a;

std::cout << "Divisor b =? ";
int b;
std::cin >> b;

// check input
assert (b != 0);
```

Vorbedingung für die weitere Berechnung

Div-Mod Identität

`a/b * b + a%b == a`

. . . und hinterfrage das Offensichtliche!

```
// check input
assert (b != 0);
```

← Vorbedingung für die weitere Berechnung

```
// compute result
int div = a / b;
int mod = a % b;

// check result
assert (div * b + mod == a);
...
```

Div-Mod Identität

`a/b * b + a%b == a`

. . . und hinterfrage das Offensichtliche!

```
// check input
assert (b != 0);

// compute result
int div = a / b;
int mod = a % b;

// check result
assert (div * b + mod == a);
...
```

Div-Mod Identität

4. Kontrollanweisungen I

Auswahlanweisungen, Iterationsanweisungen, Terminierung, Blöcke

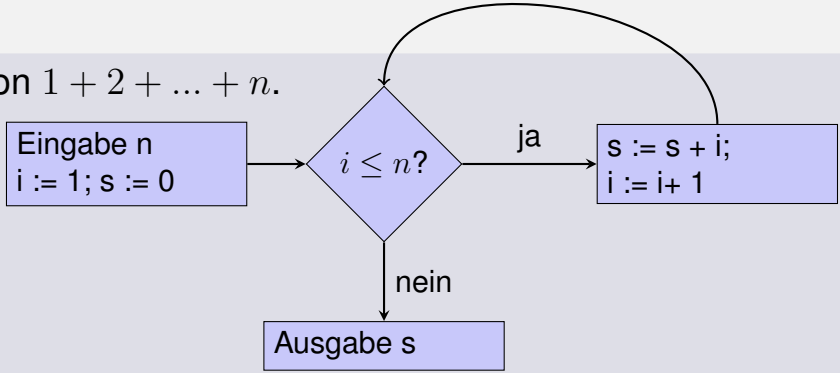
Kontrollfluss

- bisher *linear* (von oben nach unten)
- Für interessante Programme braucht man „Verzweigungen” und „Sprünge”.

Kontrollfluss

- bisher *linear* (von oben nach unten)
- Für interessante Programme braucht man „Verzweigungen” und „Sprünge”.

Berechung von $1 + 2 + ... + n$.



Auswahlanweisungen

realisieren Verzweigungen

- `if` Anweisung
- `if-else` Anweisung

`if`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement

`if`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
```

`if`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement

Ist *condition* wahr, dann wird *statement* ausgeführt.

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
```

`if`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
```

- *statement*: beliebige Anweisung (*Rumpf* der `if`-Anweisung)
- *condition*: konvertierbar nach `bool`

`if-else`-Anweisung

```
if ( condition )
    statement1
else
    statement2
```

if-else-Anweisung

```
if ( condition )
    statement1
else
    statement2
```

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

`if-else`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement1
else
    statement2

Ist *condition* wahr, so wird *statement1* ausgeführt, andernfalls wird *statement2* ausgeführt.

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

`if-else`-Anweisung

`if` (*condition*)
    statement1
else
    statement2

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

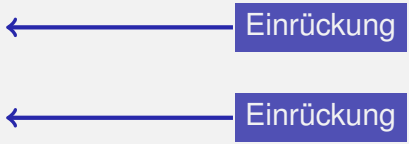
- *condition*: konvertierbar nach `bool`.
- *statement1*: *Rumpf* des `if`-Zweiges
- *statement2*: *Rumpf* des `else`-Zweiges

Layout!

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```

Layout!

```
int a;
std::cin >> a;
if (a % 2 == 0)
    std::cout << "even";
else
    std::cout << "odd";
```



Iterationsanweisungen

realisieren „Schleifen”:

- `for`-Anweisung
- `while`-Anweisung
- `do`-Anweisung

Berechne $1 + 2 + \ldots + n$

```
// input
std::cout << "Compute the sum 1+...+n for n=?";
unsigned int n;
std::cin >> n;

// computation of sum_{i=1}^n i
unsigned int s = 0;
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;

// output
std::cout << "1+...+" << n << " = " << s << ".\n";
```

Berechne $1 + 2 + \ldots + n$

```
// input
std::cout << "Compute the sum 1+...+n for n=?";
unsigned int n;
std::cin >> n;

// computation of sum_{i=1}^n i
unsigned int s = 0;
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;

// output
std::cout << "1+...+" << n << " = " << s << ".\n";
```

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`	`s`

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`	`s`
`i==1`	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`	`s`
`i==1`	`i <= 2?`

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`		

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	`i <= 2`?	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	`s == 3`

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	`s == 3`
`i==3`		

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	`s == 3`
`i==3`	`i <= 2`?	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	`s == 3`
`i==3`	falsch	

`for`-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i;
```

Annahmen: `n == 2`, `s == 0`

`i`		`s`
`i==1`	wahr	`s == 1`
`i==2`	wahr	`s == 3`
`i==3`	falsch	
		`s == 3`

`for`-Anweisung: Syntax

`for` (*init statement* *condition* `;` *expression*)
    statement

`for`-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement  condition ; expression )
    statement
```

Deklarationsanweisung

auch möglich: Ausdrucksanweisung, Nullanweisung

```
for ( unsigned int i=1;  i <= n ; ++i )
    s += i; // Rumpf
```

`for`-Anweisung: Syntax

`for` (*init statement* *condition* `;` *expression*)
statement

Ausdruck vom Typ `bool`

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i; // Rumpf
```

`for`-Anweisung: Syntax

`for` (*init statement* *condition* `;` *expression*)
statement

Ausdruck vom Typ `unsigned int`

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )
    s += i; // Rumpf
```

`for`-Anweisung: Syntax

`for` (*init statement* *condition* `;` *expression*)
statement

Ausdrucksanweisung

```
for ( unsigned int i=1;  i <= n ; ++i )
    s += i; // Rumpf
```

Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

Berechne die Summe der Zahlen von 1 bis 100 !

Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

Berechne die Summe der Zahlen von 1 bis 100 !

- Gauß war nach einer Minute fertig.

Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

- Das ist die Hälfte von

$$\begin{array}{rcrcccrcr} & 1 & + & 2 & + & \cdots & + & 99 & + & 100 \\ + & 100 & + & 99 & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \\ \hline = & 101 & + & 101 & + & \cdots & + & 101 & + & 101 \end{array}$$

Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

- Das ist die Hälfte von

$$\begin{array}{rcrcccrcr} & 1 & + & 2 & + & \cdots & + & 99 & + & 100 \\ + & 100 & + & 99 & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \\ \hline = & 101 & + & 101 & + & \cdots & + & 101 & + & 101 \end{array}$$

- Antwort: $100 \cdot 101/2 = 5050$

`for`-Anweisung: Terminierung

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;
```

Hier und meistens:

- *expression* ändert einen Wert, der in *condition* vorkommt.

`for`-Anweisung: Terminierung

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;
```

Hier und meistens:

- Nach endlich vielen Iterationen wird *condition* falsch: *Terminierung*.

Endlosschleifen

- Endlosschleifen sind leicht zu produzieren:

```
for ( ; ; ) ;
```

  - Die *leere condition* ist wahr.
  - Die *leere expression* hat keinen Effekt.
  - Die *Nullanweisung* hat keinen Effekt.

Endlosschleifen

- Endlosschleifen sind leicht zu produzieren:

```
for ( ; ; ) ;
```

  - Die *leere condition* ist wahr.
  - Die *leere expression* hat keinen Effekt.
  - Die *Nullanweisung* hat keinen Effekt.

- ... aber nicht automatisch zu erkennen.

```
for ( e; v; e) r;
```

Halteproblem

Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt kein $\mathrm{C}{+}{+}$ Programm, das für jedes $\mathrm{C}{+}{+}$- Programm P und jede Eingabe I korrekt feststellen kann, ob das Programm P bei Eingabe von I terminiert.

[5] Alan Turing, 1936. Theoretische Fragestellungen dieser Art waren für Alan Turing die Hauptmotivation für die Konstruktion seiner Rechenmaschine.

Halteproblem

Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt kein C++ Programm, das für jedes C++- Programm P und jede Eingabe I korrekt feststellen kann, ob das Programm P bei Eingabe von I terminiert.

Das heisst, die Korrektheit von Programmen kann *nicht* automatisch überprüft werden.[5]

[5] Alan Turing, 1936. Theoretische Fragestellungen dieser Art waren für Alan Turing die Hauptmotivation für die Konstruktion seiner Rechenmaschine.

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

(Rumpf ist die Null-Anweisung)

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

- Beobachtung 1:
  Nach der `for`-Anweisung gilt $d \leq n$.

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

- Beobachtung 2:
  n ist Primzahl genau wenn am Ende $d = n$.

Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung

```
{statement1 statement2 ... statementN}
```

Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung

- Beispiel: Rumpf der main Funktion

```
int main() {
      ...
}
```

Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung

- Beispiel: Schleifenrumpf

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i) {
    s += i;
    std::cout << "partial sum is " << s << "\n";
}
```

Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung

- Beispiel: if / else

```
if (d < n) // d is a divisor of n in {2,...,n-1}
    std::cout << n << " = " << d << " * " << n / d << ".\n";
else {
    assert (d == n);
    std::cout << n << " is prime.\n";
}
```