10. Funktionen II

Vor- und Nachbedingungen Stepwise Refinement, Gültigkeitsbereich, Bibliotheken, Standardfunktionen

Vorbedingungen

Vorbedingung (precondition):

- Was muss bei Funktionsaufruf gelten?
- Spezifiziert Definitionsbereich der Funktion.

Vorbedingungen

Vorbedingung (precondition):

- Was muss bei Funktionsaufruf gelten?
- Spezifiziert Definitionsbereich der Funktion.

```
0^e ist für e<0 undefiniert \label{eq:pressure} \mbox{// PRE: e >= 0 || b != 0.0}
```

Nachbedingungen

Nachbedingung (postcondition):

- Was gilt nach Funktionsaufruf?
- Spezifiziert Wert und Effekt des Funktionsaufrufes.

Nachbedingungen

Nachbedingung (postcondition):

- Was gilt nach Funktionsaufruf?
- Spezifiziert Wert und Effekt des Funktionsaufrufes.

```
Hier nur Wert, kein Effekt.
// POST: return value is b^e
```

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- Wenn die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, dann gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion pow: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- Wenn die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, dann gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion pow: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Vor- und Nachbedingungen

- sollten korrekt sein:
- Wenn die Vorbedingung beim Funktionsaufruf gilt, dann gilt auch die Nachbedingung nach dem Funktionsaufruf.

Funktion pow: funktioniert für alle Basen $b \neq 0$

Fromme Lügen...

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
```

ist formal inkorrekt:

- Überlauf, falls e oder b zu gross sinc
- $lackbox{f b}^e$ vielleicht nicht als double Wert darstellbar (Löcher im Wertebereich)

Fromme Lügen...

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
```

ist formal inkorrekt:

- Überlauf, falls e oder b zu gross sind
- $lackbox{f b}^e$ vielleicht nicht als double Wert darstellbar (Löcher im Wertebereich)

Fromme Lügen...sind erlaubt.

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
```

Mathematische Bedingungen als Kompromiss zwischen formaler Korrektheit und lascher Praxis.

Prüfen von Vorbedingungen...

■ Vorbedingungen sind nur Kommentare.

Prüfen von Vorbedingungen...

- Vorbedingungen sind nur Kommentare.
- Wie können wir sicherstellen, dass sie beim Funktionsaufruf gelten?

... mit Assertions

```
#include <cassert>
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e) {
   assert (e >= 0 || b != 0);
   double result = 1.0;
    . . .
```

Nachbedingungen mit Assertions

■ Das Ergebnis "komplizierter" Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis "komplizierter" Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.
- Dann lohnt sich der Einsatz von assert für die Nachbedingung

Nachbedingungen mit Assertions

- Das Ergebnis "komplizierter" Berechnungen ist oft einfach zu prüfen.
- Dann lohnt sich der Einsatz von assert für die Nachbedingung

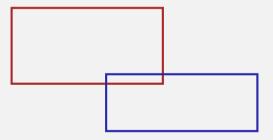
```
// PRE: the discriminant p*p/4 - q is nonnegative
// POST: returns larger root of the polynomial x^2 + p x + q
double root(double p, double q)
   assert(p*p/4 >= q); // precondition
   double x1 = - p/2 + sqrt(p*p/4 - q);
   assert(equals(x1*x1+p*x1+q,0)); // postcondition
   return x1;
```

Stepwise Refinement

■ Einfache *Programmiertechnik* zum Lösen komplexer Probleme

Beispielproblem

Finde heraus, ob sich zwei Rechtecke schneiden!



Top-Down Ansatz

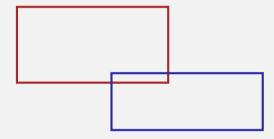
- Formulierung einer groben Lösung mit Hilfe von
 - Kommentaren
 - fiktiven Funktionen
- Wiederholte Verfeinerung:
 - Kommentare → Programmtext
 - fiktive Funktionen → Funktionsdefinitionen

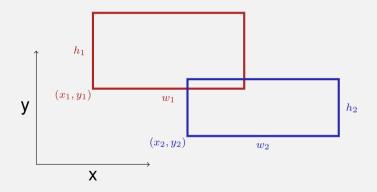
Top-Down Ansatz

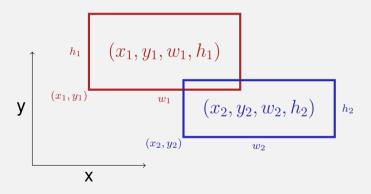
- Formulierung einer groben Lösung mit Hilfe von
 - Kommentaren
 - fiktiven Funktionen
- Wiederholte Verfeinerung:
 - Kommentare → Programmtext
 - fiktive Funktionen → Funktionsdefinitionen

Grobe Lösung

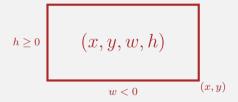
```
int main()
   // Eingabe Rechtecke
      Schnitt?
   // Ausgabe der Loesung
   return 0;
```







Breite w und/oder Höhe h dürfen negativ sein!



```
int main()
   std::cout << "Enter two rectangles [x v w h each] \n";</pre>
   int x1, y1, w1, h1;
   std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
   int x2, y2, w2, h2;
   std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;
      Schnitt?
   // Ausgabe der Loesung
   return 0:
```

Verfeinerung 2: Schnitt? und Ausgabe

```
int main()
    Eingabe Rectecke 

   bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);
   if (clash)
       std::cout << "intersection!\n":</pre>
   else
       std::cout << "no intersection!\n";</pre>
   return 0:
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion...

```
bool rectangles_intersect(int x1, int y1, int w1, int h1,
                        int x2, int y2, int w2, int h2)
   return false: // todo
int main() {
    Eingabe Rechtecke 

    Schnitt?
    Ausgabe der Loesung ✓
   return 0:
```

Verfeinerung 3: Schnittfunktion...

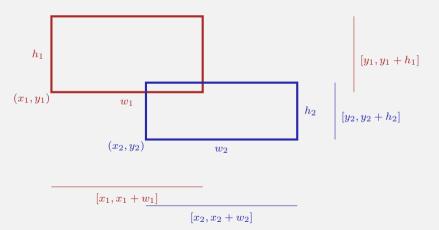
Funktion main 🗸

Verfeinerung 3:

... mit PRE und POST!

Verfeinerung 4: Intervallschnitt

Zwei Rechtecke schneiden sich genau dann, wenn sich ihre x- und y-Intervalle schneiden.



335

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

Verfeinerung 4: Intervallschnitte

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,
// with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return false; // todo
}
```

Funktion rectangles_intersect ✓

Funktion main \checkmark

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,
// with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return max(a1, b1) >= min(a2, b2)
    && min(a1, b1) <= max(a2, b2);
}</pre>
```

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// PRE: [a1, b1], [a2, b2] are (generalized) intervals,
// with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
    return max(a1, b1) >= min(a2, b2)
    && min(a1, b1) <= max(a2, b2); √
}</pre>
```

Verfeinerung 5: Min und Max

```
// POST: the maximum of x and y is returned
int max(int x, int y){
    if (x>y) return x; else return y;
// POST: the minimum of x and y is returned
int min(int x, int y){
    if (x<y) return x; else return y;
Funktion intervals_intersect <
Funktion rectangles intersect √
Funktion main <
```

Verfeinerung 5: Min und Max

Funktion main <

```
// POST: the maximum of x and y is returned
int max(int x, int y) \leftarrow
   if (x>y) return x; else return y;
                             gibt es schon in der Standardbibliothek
// POST: the minimum of x and y is returned
int min(int x, int y)€
   if (x<y) return x; else return y;
Funktion intervals_intersect ✓
Funktion rectangles intersect √
```

33

Nochmal zurück zu Intervallen

```
// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,
// with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1],[a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
{
   return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)
        && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2); √
}</pre>
```

Das haben wir schrittweise erreicht!

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
// PRE: [a1, b1], [a2, h2] are (generalized) intervals,
       with [a,b] := [b,a] if a>b
// POST: returns true if [a1, b1], [a2, b2] intersect
bool intervals_intersect(int a1, int b1, int a2, int b2)
 return std::max(a1, b1) >= std::min(a2, b2)
     && std::min(a1, b1) <= std::max(a2, b2):
// PRE: (x1, v1, w1, h1), (x2, v2, w2, h2) are rectangles, where
        w1, h1, w2, h2 may be negative.
// POST: returns true if (x1, v1, w1, h1),(x2, v2, w2, h2) intersect
bool rectangles intersect(int x1, int v1, int w1, int h1,
                        int x2, int y2, int w2, int h2)
    return intervals intersect(x1, x1 + w1, x2, x2 + w2)
        && intervals intersect(v1, v1 + h1, v2, v2 + h2):
}
```

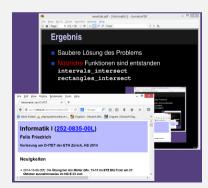
```
int main ()
{
    std::cout << "Enter two rectangles [x y w h each]\n";
    int x1, y1, w1, h1;
    std::cin >> x1 >> y1 >> w1 >> h1;
    int x2, y2, w2, h2;
    std::cin >> x2 >> y2 >> w2 >> h2;
    bool clash = rectangles_intersect(x1,y1,w1,h1,x2,y2,w2,h2);
    if (clash)
        std::cout << "intersection!\n";
else
        std::cout << "no intersection!\n";
    return 0;
}</pre>
```

Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- Nützliche Funktionen sind entstanden intervals_intersect rectangles_intersect

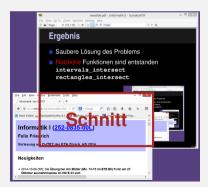
Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- Nützliche Funktionen sind entstanden intervals_intersect rectangles_intersect



Ergebnis

- Saubere Lösung des Problems
- Nützliche Funktionen sind entstanden intervals_intersect rectangles_intersect



Wo darf man eine Funktion benutzen?

```
#include <iostream>
int main()
   std::cout << f(1); // Fehler: f undeklariert</pre>
   return 0;
int f(int i) // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
   return i;
```

Gültigkeitsbereich einer Funktion

ist der Teil des Programmes, in dem die Funktion aufgerufen werden kann

Gültigkeitsbereich einer Funktion

 ist der Teil des Programmes, in dem die Funktion aufgerufen werden kann

Erweiterung durch *Deklaration* einer Funktion: wie Definition aber ohne { . . . }.

```
double pow(double b, int e);
```

So geht's also nicht...

Gültigkeit f

```
#include <iostream>
int main()
   std::cout << f(1); // Fehler: f undeklariert</pre>
   return 0:
int f(int i) // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
   return i;
```

...aber so!

```
#include <iostream>
int f(int i); // Gueltigkeitsbereich von f ab hier
int main()
   std::cout << f(1);
   return 0;
int f(int i)
   return i;
```

Forward Declarations, wozu?

Funktionen, die sich gegenseitig aufrufen:

```
int f(...) // f ab hier gültig
  g(...) // g ist undeklariert
int g(...) // g ab hier gültig!
```

Forward Declarations, wozu?

Funktionen, die sich gegenseitig aufrufen:

```
int g(...); // g ab hier gültig
 int f(...) // f ab hier gültig
 g(...) // ok
}
int g(...)
{
   f(...) // ok
}
```

Wiederverwendbarkeit

■ Funktionen wie rectangles_intersect und pow sind in vielen Programmen nützlich.

Wiederverwendbarkeit

- Funktionen wie rectangles_intersect und pow sind in vielen Programmen nützlich.
- "Lösung:" Funktion einfach ins Hauptprogramm hineinkopieren, wenn wir sie brauchen!

Level 1: Auslagern der Funktion

```
'/ PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e)
   double result = 1.0;
   if (e < 0) \{ // b^e = (1/b)^(-e) \}
       b = 1.0/b:
       e = -e:
   for (int i = 0; i < e; ++i)
       result *= b;
   return result;
```

Level 1: Auslagern der Funktion

```
double pow(double b, int e); in
    separater Datei mymath.cpp
```

Level 1: Inkludieren der Funktion

```
// Prog: callpow2.cpp
// Call a function for computing powers.
#include <iostream>
#include "mymath.cpp"
int main()
 std::cout << pow( 2.0, -2) << "\n";
 std::cout << pow( 1.5, 2) << "\n";
 std::cout << pow( 5.0, 1) << "\n";
 std::cout << pow(-2.0, 9) << "\n";
 return 0;
```

Level 1: Inkludieren der Funktion

```
// Prog: callpow2.cpp
// Call a function for computing powers.
#include <iostream>
#include "mymath.cpp" ← im Arbeitsverzeichnis
int main()
 std::cout << pow( 2.0, -2) << "\n";
 std::cout << pow( 1.5, 2) << "\n";
 std::cout << pow( 5.0, 1) << "\n";
 std::cout << pow(-2.0, 9) << "\n":
 return 0;
```

Nachteil des Inkludierens

#include kopiert die Datei (mymath.cpp) in das Hauptprogramm (callpow2.cpp).

Nachteil des Inkludierens

- #include kopiert die Datei (mymath.cpp) in das Hauptprogramm (callpow2.cpp).
- Der Compiler muss die Funktionsdefinition für jedes Programm neu übersetzen.



Level 2: Getrennte Übersetzung

```
001110101100101010
double pow(double b,
                                        000101110101000111
         int e)
                                        000101 Funktion pow
                      g++ -c mymath.cpp
                                                1000111010
                                        010101101011010001
                                        100101111100101010
mymath.cpp
                                        mymath.o
```

Level 2: Getrennte Übersetzung

```
// PRE: e >= 0 || b != 0.0
// POST: return value is b^e
double pow(double b, int e);
```

mymath.h

Level 2: Getrennte Übersetzung

```
001110101100101010
#include <iostream>
                                          000101110101000111
#include "mymath.h"
                                          00010 Funktion main
int main()
 std::cout << pow(2,-2) << "\n";
 return 0:
                                          10 rufe pow auf! 1010
                                              11101000111010
callpow3.cpp
                                          callpow3.o
```

Der Linker vereint...

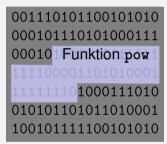
mymath.o

+

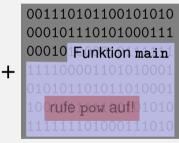
001110101100101010 000101110101000111 00010 Funktion main 111100001101010001 010101101011010001 10 rufe pow auf! 1010 1111111101000111010

callpow3.o

... was zusammengehört



mymath.o



callpow3.o

Ausführbare Datei callpow3

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

mymath.cpp (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von mymath.o (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

mymath.cpp (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von mymath.o (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Viele Anbieter von Funktionsbibliotheken liefern dem Benutzer keinen Quellcode.

Verfügbarkeit von Quellcode?

Beobachtung

mymath.cpp (Quellcode) wird nach dem Erzeugen von mymath.o (Object Code) nicht mehr gebraucht.

Viele Anbieter von Funktionsbibliotheken liefern dem Benutzer keinen Quellcode.

Header-Dateien sind dann die einzigen lesbaren Informationen.

Open-Source-Software

Alle Quellcodes sind verfügbar.

Open-Source-Software

- Alle Quellcodes sind verfügbar.
- Nur das erlaubt die Weiterentwicklung durch Benutzer und engagierte "Hacker".

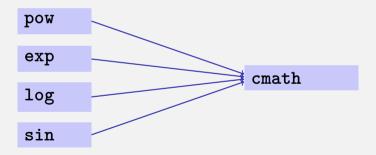
Open-Source-Software

- Alle Quellcodes sind verfügbar.
- Nur das erlaubt die Weiterentwicklung durch Benutzer und engagierte "Hacker".



Bibliotheken

■ Logische Gruppierung ähnlicher Funktionen



Namensräume...

```
// cmath
namespace std {
  double pow(double b, int e);
  double exp(double x);
  . . .
```

... vermeiden Namenskonflikte

```
#include <cmath>
#include "mymath.h"

int main()
{
    double x = std::pow(2.0, -2); // <cmath>
    double y = pow(2.0, -2); // mymath.h
}
```

Funktionen aus der Standardbibliothek

- vermeiden die Neuerfindung des Rades (wie bei std::pow);
- führen auf einfache Weise zu interessanten und effizienten Programmen;

Funktionen aus der Standardbibliothek

- vermeiden die Neuerfindung des Rades (wie bei std::pow);
- führen auf einfache Weise zu interessanten und effizienten Programmen;
- garantierten einen Qualitäts-Standard, der mit selbstgeschriebenen Funktionen kaum erreicht werden kann.

Beispiel: Primzahltest mit sqrt

 $n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int d;
for (d=2; n % d != 0; ++d);
```

Primzahltest mit sqrt

 $n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2,\ldots,\lfloor\sqrt{n}\rfloor\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int bound = std::sqrt(n);
unsigned int d;
for (d = 2; d <= bound && n % d != 0; ++d);</pre>
```

Primzahltest mit sqrt

 $n \geq 2$ ist Primzahl genau dann, wenn kein d in $\{2, \ldots, \lfloor \sqrt{n} \rfloor\}$ ein Teiler von n ist.

```
unsigned int bound = std::sqrt(n);
unsigned int d;
for (d = 2; d <= bound && n % d != 0; ++d);</pre>
```

■ Das funktioniert, weil std::sqrt auf die nächste darstellbare double-Zahl rundet (IEEE Standard 754).

```
void swap(int x, int y) {
int t = x:
x = y;
y = t;
int main(){
   int a = 2:
   int b = 1;
   swap(a, b);
   assert(a==1 && b==2):
```

Funktionen sollten mehr können!

Swap?

```
void swap(int x, int y) {
int t = x:
x = y;
y = t:
int main(){
   int a = 2:
   int b = 1;
   swap(a, b);
   assert(a==1 && b==2); // fail!
```

Funktionen sollten mehr können!

Swap?

```
// POST: values of x and y are exchanged
void swap(int& x, int& y) {
int t = x;
x = y;
y = t;
int main(){
   int a = 2;
   int b = 1:
   swap(a, b);
   assert(a==1 && b==2);
```

```
// POST: values of x and y are exchanged
void swap(int& x, int& y) {
 int t = x;
x = y;
y = t;
int main(){
   int a = 2;
   int b = 1:
   swap(a, b);
   assert(a==1 && b==2); // ok!
```

Sneak Preview: Referenztypen

Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!
- Kein neues Konzept auf der Funktionenseite, sondern eine neue Klasse von Typen

Sneak Preview: Referenztypen

- Wir können Funktionen in die Lage versetzen, die Werte ihrer Aufrufargumente zu ändern!
- Kein neues Konzept auf der Funktionenseite, sondern eine neue Klasse von Typen

