

## 2. Wahrheitswerte

Boolesche Funktionen; der Typ `bool`; logische und relationale Operatoren; Kurzschlussauswertung

# Wo wollen wir hin?

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

# Wo wollen wir hin?

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

Verhalten hängt ab vom Wert eines *Booleschen Ausdrucks*

# Wo wollen wir hin?

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

Verhalten hängt ab vom Wert eines *Booleschen Ausdrucks*

# Boolesche Werte in der Mathematik

Boolesche Ausdrücke können zwei mögliche Werte annehmen:

*0* oder *1*

# Boolesche Werte in der Mathematik

Boolesche Ausdrücke können zwei mögliche Werte annehmen:

*0* oder *1*

- *0* entspricht „*falsch*“
- *1* entspricht „*wahr*“

# Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*

# Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*
- Literale `false` und `true`



# Der Typ `bool` in C++

- Repräsentiert *Wahrheitswerte*
- Literale `false` und `true`
- Wertebereich {*false*, *true*}

```
bool b = true; // Variable mit Wert true (wahr)
```

# Relationale Operatoren

$a < b$  (kleiner als)

Zahlentyp  $\times$  Zahlentyp  $\rightarrow$  bool

R-Wert  $\times$  R-Wert  $\rightarrow$  R-Wert

# Relationale Operatoren

`a < b` (kleiner als)

```
bool b = (1 < 3); // b =
```

# Relationale Operatoren

`a < b` (kleiner als)

```
bool b = (1 < 3); // b = true (wahr)
```

# Relationale Operatoren

`a >= b` (grösser gleich)

```
int a = 0;  
bool b = (a >= 3); // b =
```

# Relationale Operatoren

`a >= b` (grösser gleich)

```
int a = 0;  
bool b = (a >= 3); // b = false (falsch)
```

# Relationale Operatoren

a == b (gleich)

```
int a = 4;  
bool b = (a % 3 == 1); // b =
```

# Relationale Operatoren

a == b (gleich)

```
int a = 4;  
bool b = (a % 3 == 1); // b = true (wahr)
```



# Relationale Operatoren

`a != b` (ungleich)

```
int a = 1;  
bool b = (a != 2*a-1); // b =
```

# Relationale Operatoren

`a != b` (ungleich)

```
int a = 1;  
bool b = (a != 2*a-1); // b = false (falsch)
```

# Boolesche Funktionen in der Mathematik

- Boolesche Funktion

$$f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$$

- 0 entspricht „falsch“.
- 1 entspricht „wahr“.

- “Logisches Und”

$$f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$$

- 0 entspricht „falsch”.
- 1 entspricht „wahr”.

$x$	$y$	$\text{AND}(x, y)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Logischer Operator &&

`a && b` (logisches Und)

`bool × bool → bool`

R-Wert × R-Wert → R-Wert

# Logischer Operator &&

a && b      (logisches Und)

```
int n = -1;  
int p = 3;  
bool b = (n < 0) && (0 < p); //
```

# Logischer Operator &&

a && b      (logisches Und)

```
int n = -1;
int p = 3;
bool b = (n < 0) && (0 < p); // b = true (wahr)
```

- “Logisches Oder”

$$f : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$$

- 0 entspricht „falsch“.
- 1 entspricht „wahr“.

$x$	$y$	$\text{OR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Logischer Operator ||

`a || b` (logisches Oder)

`bool × bool → bool`

R-Wert × R-Wert → R-Wert

# Logischer Operator ||

a || b      (logisches Oder)

```
int n = 1;  
int p = 0;  
bool b = (n < 0) || (0 < p); //
```

# Logischer Operator ||

a || b      (logisches Oder)

```
int n = 1;  
int p = 0;  
bool b = (n < 0) || (0 < p); // b = false (falsch)
```

- “Logisches Nicht”

$$f : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$$

- 0 entspricht „falsch”.
- 1 entspricht „wahr”.

$x$	NOT( $x$ )
0	1
1	0

# Logischer Operator !

`!b` (logisches Nicht)

`bool` → `bool`

R-Wert → R-Wert

# Logischer Operator !

!b      (logisches Nicht)

```
int n = 1;  
bool b = !(n < 0); //
```

# Logischer Operator !

!b      (logisches Nicht)

```
int n = 1;  
bool b = !(n < 0); // b = true (wahr)
```

# Präzedenzen

`!b && a`



# Präzedenzen

`!b && a`  
⇕  
`(!b) && a`

# Präzedenzen

a && b || c && d

# Präzedenzen

a && b || c && d  
⇕  
(a && b) || (c && d)

# Präzedenzen

a || b && c || d

# Präzedenzen

$a \ || \ b \ \&\& \ c \ || \ d$   
 $\Updownarrow$   
 $a \ || \ (b \ \&\& \ c) \ || \ d$

# Präzedenzen

`7 + x < y && y != 3 * z || ! b`

# Präzedenzen

*Der unäre logische* Operator !

bindet stärker als

```
7 + x < y && y != 3 * z || (!b)
```

# Präzedenzen

*Der unäre logische* Operator !

bindet stärker als

*binäre arithmetische* Operatoren. Diese

binden stärker als

```
(7 + x) < y && y != (3 * z) || (!b)
```



# Präzedenzen

*Der unäre logische* Operator !

bindet stärker als

*binäre arithmetische* Operatoren. Diese

binden stärker als

*relationale* Operatoren,

und diese binden stärker als

```
((7 + x) < y) && (y != (3 * z)) || (!b)
```

# Präzedenzen

*Der unäre logische* Operator !

bindet stärker als

*binäre arithmetische* Operatoren. Diese

binden stärker als

*relationale* Operatoren,

und diese binden stärker als

*binäre logische* Operatoren.

```
((7 + x) < y) && (y != (3 * z)) || (!b)
```

Einige Klammern auf den vorher gezeigten Folien waren unnötig.

# Vollständigkeit

- AND, OR und NOT sind die in C++ verfügbaren Booleschen Funktionen.

# Vollständigkeit: $\text{XOR}(x, y)$

$$x \oplus y$$

- AND, OR und NOT sind die in C++ verfügbaren Booleschen Funktionen.
- Alle anderen *binären* Booleschen Funktionen sind daraus erzeugbar.

$x$	$y$	$\text{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\text{XOR}(x, y) = \text{AND}(\text{OR}(x, y), \text{NOT}(\text{AND}(x, y))).$$

$$\text{XOR}(x, y) = \text{AND}(\text{OR}(x, y), \text{NOT}(\text{AND}(x, y))).$$

$$x \oplus y = (x \vee y) \wedge \neg(x \wedge y).$$

$$\text{XOR}(x, y) = \text{AND}(\text{OR}(x, y), \text{NOT}(\text{AND}(x, y))).$$

$$x \oplus y = (x \vee y) \wedge \neg(x \wedge y).$$

$$(x \ || \ y) \ \&\& \ !(x \ \&\& \ y)$$

# Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.



# Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

$x$	$y$	$\text{XOR}(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

$x$	$y$	XOR( $x, y$ )
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Charakteristischer Vektor: 0110

# Vollständigkeit Beweis

- Identifiziere binäre Boolesche Funktionen mit ihrem charakteristischen Vektor.

$x$	$y$	XOR( $x, y$ )
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Charakteristischer Vektor: 0110

$$\text{XOR} = f_{0110}$$

# Vollständigkeit Beweis

- Schritt 1: erzeuge die *elementaren* Funktionen  $f_{0001}$ ,  $f_{0010}$ ,  $f_{0100}$ ,  $f_{1000}$

$$f_{0001} = \text{AND}(x, y)$$

$$f_{0010} = \text{AND}(x, \text{NOT}(y))$$

$$f_{0100} = \text{AND}(y, \text{NOT}(x))$$

$$f_{1000} = \text{NOT}(\text{OR}(x, y))$$

# Vollständigkeit Beweis

- Schritt 2: erzeuge alle Funktionen durch “Veroderung” elementarer Funktionen

$$f_{1101} = \text{OR}(f_{1000}, \text{OR}(f_{0100}, f_{0001}))$$

# Vollständigkeit Beweis

- Schritt 2: erzeuge alle Funktionen durch “Veroderung” elementarer Funktionen

$$f_{1101} = \text{OR}(f_{1000}, \text{OR}(f_{0100}, f_{0001}))$$

- Schritt 3: erzeuge  $f_{0000}$

$$f_{0000} = 0.$$

# bool vs int: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist

# bool vs int: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist

<code>bool</code>	→	<code>int</code>
<i>true</i>	→	1
<i>false</i>	→	0



# bool vs int: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.

<code>bool</code>	→	<code>int</code>
<i>true</i>	→	1
<i>false</i>	→	0
<code>int</code>	→	<code>bool</code>
$\neq 0$	→	<i>true</i>
0	→	<i>false</i>

# bool vs int: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.

<code>bool</code>	→	<code>int</code>
<i>true</i>	→	1
<i>false</i>	→	0
<code>int</code>	→	<code>bool</code>
<code>≠0</code>	→	<i>true</i>
0	→	<i>false</i>

```
bool b = 3; // b=true
```

# bool vs int: Konversion

- `bool` kann überall dort verwendet werden, wo `int` gefordert ist – und umgekehrt.
- Viele existierende Programme verwenden statt `bool` den Typ `int`.  
*Das ist schlechter Stil, der noch auf die Sprache C zurückgeht.*

<code>bool</code>	→	<code>int</code>
<i>true</i>	→	1
<i>false</i>	→	0
<code>int</code>	→	<code>bool</code>
<code>≠0</code>	→	<i>true</i>
0	→	<i>false</i>

```
bool b = 3; // b=true
```

# DeMorgansche Regeln

- $!(a \ \&\& \ b) == (!a \ || \ !b)$

# DeMorgansche Regeln

■  $!(a \ \&\& \ b) == (!a \ || \ !b)$

! (reich *und* schön) == (arm *oder* hässlich)

# DeMorgansche Regeln

■  $!(a \ \&\& \ b) == (!a \ || \ !b)$

■  $!(a \ || \ b) == (!a \ \&\& \ !b)$

! (reich *und* schön) == (arm *oder* hässlich)

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

`(x || y) && !(x && y)`

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

`(x || y) && !(x && y)` x oder y, und nicht beide



# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

`(x || y) && !(x && y)`    `x oder y, und nicht beide`

`(x || y) && (!x || !y)`

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$      $x$  oder  $y$ , und nicht beide

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \ \&\& \ (!x \ || \ !y)$      $x$  oder  $y$ , und eines nicht

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

$(x \ || \ y) \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$      $x$  oder  $y$ , und nicht beide

$(x \ || \ y) \ \ \ \&\& \ (!x \ || \ !y)$      $x$  oder  $y$ , und eines nicht

$!(\ !x \ \&\& \ !y) \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$     x oder y, und nicht beide

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \&\& \ (!x \ || \ !y)$     x oder y, und eines nicht

$!(\ !x \ \&\& \ !y) \ \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$     nicht keines, und nicht beide

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

`(x || y) && !(x && y)` x oder y, und nicht beide

`(x || y) && (!x || !y)` x oder y, und eines nicht

`!(!x && !y) && !(x && y)` nicht keines, und nicht beide

`!(!x && !y || x && y)`

# Anwendung: Entweder ... Oder (XOR)

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$      $x$  oder  $y$ , und nicht beide

$(x \ || \ y) \ \ \ \ \ \&\& \ (!x \ || \ !y)$      $x$  oder  $y$ , und eines nicht

$!(\ !x \ \&\& \ !y) \ \ \ \ \ \&\& \ ! (x \ \&\& \ y)$     nicht keines, und nicht beide

$!(\ !x \ \&\& \ !y \ || \ x \ \&\& \ y)$     nicht: keines oder beide

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6  $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```



# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6  $\Rightarrow$

```
true && z / x > y
```

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 6  $\Rightarrow$

```
true && z / x > y
```

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0  $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0  $\Rightarrow$

```
false && z / x > y
```

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0  $\Rightarrow$

```
false (falsch)
```

# Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren `&&` und `||` werten den *linken Operanden* *zuerst* aus.
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet.

x hat Wert 0  $\Rightarrow$

```
x != 0 && z / x > y
```

$\Rightarrow$  Keine Division durch 0

# Fehlerquellen

- Fehler, die der Compiler findet:  
syntaktische und manche semantische Fehler

# Fehlerquellen

- Fehler, die der Compiler findet:  
syntaktische und manche semantische Fehler
- Fehler, die der Compiler nicht findet:  
Laufzeitfehler (immer semantisch)



# Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

# Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens

» It's not a bug, it's a feature !!«

# Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens
2. Überprüfe an vielen kritischen Stellen, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist!

# Fehlerquellen vermeiden

1. Genaue Kenntnis des gewünschten Programmverhaltens
2. Überprüfe an vielen kritischen Stellen, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist!
3. Hinterfrage auch das (scheinbar) Offensichtliche, es könnte sich ein simpler Tippfehler eingeschlichen haben!

# Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

`assert(expr)`

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist

# Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

`assert(expr)`

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist
- benötigt `#include <cassert>`

# Gegen Laufzeitfehler: *Assertions*

`assert(expr)`

- hält das Programm an, falls der boolesche Ausdruck `expr` nicht wahr ist
- benötigt `#include <cassert>`
- kann abgeschaltet werden

# DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das Offensichtliche!

```
#include<cassert>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    bool x = ...; // whatever x and y actually are,
```

```
    bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
```

```
    assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
```

```
    assert ( !(x || y) == (!x && !y) );
```

```
    return 0;
```

```
}
```



# DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das Offensichtliche!

```
#include<cassert>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    bool x = ...; // whatever x and y actually are,
```

```
    bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
```

```
    assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
```

```
    assert ( !(x || y) == (!x && !y) );
```

```
    return 0;
```

```
}
```

# DeMorgansche Regeln

Hinterfrage das **scheinbar** Offensichtliche!

```
#include<cassert>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    bool x = ...; // whatever x and y actually are,
```

```
    bool y = ...; // De Morgan's laws will hold:
```

```
    assert ( !(x && y) == (!x || !y) );
```

```
    assert ( !(x && y) == (!x && !y) ); //assertion failure
```

```
    return 0;
```

```
}
```

# Assertions abschalten

```
#define NDEBUG    // to ignore assertions
#include<cassert>

int main()
{
    bool x; // whatever x and y actually are,
    bool y; // De Morgan's laws will hold:
    assert ( !(x && y) == (!x || !y) ); // ignored
    assert ( !(x || y) == (!x && !y) ); // ignored
    return 0;
}
```

# Div-Mod Identität

$$a/b * b + a\%b == a$$

Überprüfe, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist...

```
std::cout << "Dividend a =? ";
```

```
int a;
```

```
std::cin >> a;
```

```
std::cout << "Divisor b =? ";
```

```
int b;
```

```
std::cin >> b;
```

```
// check input
```

```
assert (b != 0);
```

Eingabe der Argumente für  
die Berechnung

# Div-Mod Identität

$$a/b * b + a\%b == a$$

Überprüfe, ob das Programm auf dem richtigen Weg ist...

```
std::cout << "Dividend a =? ";
```

```
int a;
```

```
std::cin >> a;
```

```
std::cout << "Divisor b =? ";
```

```
int b;
```

```
std::cin >> b;
```

```
// check input
```

```
assert (b != 0);
```

← Vorbedingung für die weitere Berechnung

# Div-Mod Identität

$$a/b * b + a \% b == a$$

...und hinterfrage das Offensichtliche!

```
// check input
```

```
assert (b != 0);
```

← Vorbedingung für die weitere Berechnung

```
// compute result
```

```
int div = a / b;
```

```
int mod = a % b;
```

```
// check result
```

```
assert (div * b + mod == a);
```

```
...
```

# Div-Mod Identität

$$a/b * b + a \% b == a$$

...und hinterfrage das Offensichtliche!

```
// check input
```

```
assert (b != 0);
```

```
// compute result
```

```
int div = a / b;
```

```
int mod = a % b;
```

```
// check result
```

```
assert (div * b + mod == a);
```

Div-Mod Identität

```
...
```

# 3. Kontrollanweisungen I

Auswahanweisungen, Iterationsanweisungen, Terminierung, Blöcke



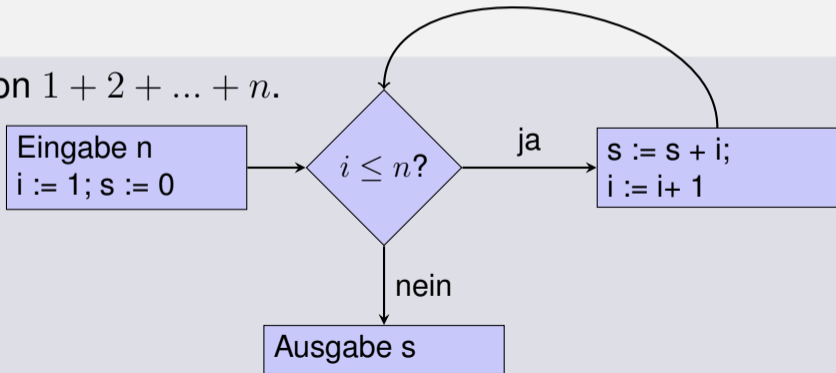
# Kontrollfluss

- bisher *linear* (von oben nach unten)
- Für interessante Programme braucht man „Verzweigungen“ und „Sprünge“.

# Kontrollfluss

- bisher *linear* (von oben nach unten)
- Für interessante Programme braucht man „Verzweigungen“ und „Sprünge“.

Berechnung von  $1 + 2 + \dots + n$ .



# Auswahlanweisungen

realisieren Verzweigungen

- `if` Anweisung
- `if-else` Anweisung

# if-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement
```

# if-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement
```

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";
```

# if-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement
```

Ist *condition* wahr, dann wird *statement* ausgeführt.

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";
```

# if-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement
```

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";
```

- *statement*: beliebige Anweisung (*Rumpf* der if-Anweisung)
- *condition*: konvertierbar nach bool

# if-else-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement1  
else  
    statement2
```



# if-else-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement1  
else  
    statement2
```

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

# if-else-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement1  
else  
    statement2
```

Ist *condition* wahr, so wird *statement1* ausgeführt, andernfalls wird *statement2* ausgeführt.

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

# if-else-Anweisung

```
if ( condition )  
    statement1  
else  
    statement2
```

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

- *condition*: konvertierbar nach bool.
- *statement1*: Rumpf des if-Zweiges
- *statement2*: Rumpf des else-Zweiges

# Layout!

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even";  
else  
    std::cout << "odd";
```

# Layout!

```
int a;  
std::cin >> a;  
if (a % 2 == 0)  
    std::cout << "even"; ← Einrückung  
else  
    std::cout << "odd"; ← Einrückung
```

# Iterationsanweisungen

realisieren „Schleifen“:

- `for`-Anweisung
- `while`-Anweisung
- `do`-Anweisung

# Berechne $1 + 2 + \dots + n$

```
// input
std::cout << "Compute the sum 1+...+n for n=?";
unsigned int n;
std::cin >> n;

// computation of sum_{i=1}^n i
unsigned int s = 0;
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;

// output
std::cout << "1+...+" << n << " = " << s << ".\n";
```

# Berechne $1 + 2 + \dots + n$

```
// input
std::cout << "Compute the sum 1+...+n for n=?";
unsigned int n;
std::cin >> n;

// computation of sum_{i=1}^n i
unsigned int s = 0;
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)
    s += i;

// output
std::cout << "1+...+" << n << " = " << s << ".\n";
```



# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i

s

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

i	s
<hr/>	
i==1	

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

i	s
i==1	i <= 2?

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

i		s
i==1	wahr	

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

$i$		$s$
$i==1$	wahr	$s == 1$

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2		

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2, s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	i <= 2?	

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	wahr	



# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	wahr	s == 3

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	wahr	s == 3
i==3		

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	wahr	s == 3
i==3	i <= 2?	

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

i		s
i==1	wahr	s == 1
i==2	wahr	s == 3
i==3	falsch	

# for-Anweisung am Beispiel

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i;
```

Annahmen:  $n == 2$ ,  $s == 0$

$i$		$s$
$i==1$	wahr	$s == 1$
$i==2$	wahr	$s == 3$
$i==3$	falsch	
		$s == 3$

# for-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement condition ; expression )  
    statement
```

# for-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement condition ; expression )  
    statement
```

## Deklarationsanweisung

auch möglich: Ausdrucksanweisung, Nullanweisung

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i; // Rumpf
```

# for-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement condition ; expression )  
    statement
```

Ausdruck vom Typ `bool`

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i; // Rumpf
```



# for-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement condition ; expression )  
    statement
```

Ausdruck vom Typ `unsigned int`

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i; // Rumpf
```

# for-Anweisung: Syntax

```
for ( init statement condition ; expression )  
    statement
```

## Ausdrucksanweisung

```
for ( unsigned int i=1; i <= n ; ++i )  
    s += i; // Rumpf
```

# Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

# Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

*Berechne die Summe der Zahlen von 1 bis 100 !*

# Der kleine Gauß (1777 - 1855)

- Mathe-Lehrer wollte seine Schüler mit folgender Aufgabe beschäftigen:

*Berechne die Summe der Zahlen von 1 bis 100 !*

- Gauß war nach einer Minute fertig.

# Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

# Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100.$$

- Das ist die Hälfte von

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + \dots + 99 + 100 \\ + 100 + 99 + \dots + 2 + 1 \\ \hline = 101 + 101 + \dots + 101 + 101 \end{array}$$

# Die Lösung von Gauß

- Die gesuchte Zahl ist

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100.$$

- Das ist die Hälfte von

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + \dots + 99 + 100 \\ + 100 + 99 + \dots + 2 + 1 \\ \hline = 101 + 101 + \dots + 101 + 101 \end{array}$$

- Antwort:  $100 \cdot 101/2 = 5050$



# for-Anweisung: Terminierung

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)  
    s += i;
```

Hier und meistens:

- *expression* ändert einen Wert, der in *condition* vorkommt.

# for-Anweisung: Terminierung

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i)  
    s += i;
```

Hier und meistens:

- Nach endlich vielen Iterationen wird *condition* falsch:  
*Terminierung*.

# Endlosschleifen

- Endlosschleifen sind leicht zu produzieren:

```
for ( ; ; ) ;
```

- Die *leere condition* ist wahr.
- Die *leere expression* hat keinen Effekt.
- Die *Nullanweisung* hat keinen Effekt.

# Endlosschleifen

- Endlosschleifen sind leicht zu produzieren:

```
for ( ; ; ) ;
```

- Die *leere condition* ist wahr.
- Die *leere expression* hat keinen Effekt.
- Die *Nullanweisung* hat keinen Effekt.

- ... aber nicht automatisch zu erkennen.

```
for ( e; v; e) r;
```

# Halteproblem

## Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt kein C++ Programm, das für jedes C++- Programm  $P$  und jede Eingabe  $I$  korrekt feststellen kann, ob das Programm  $P$  bei Eingabe von  $I$  terminiert.

---

<sup>1</sup>Alan Turing, 1936. Theoretische Fragestellungen dieser Art waren für Alan Turing die Hauptmotivation für die Konstruktion seiner Rechenmaschine.

# Halteproblem

## Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt kein C++ Programm, das für jedes C++- Programm  $P$  und jede Eingabe  $I$  korrekt feststellen kann, ob das Programm  $P$  bei Eingabe von  $I$  terminiert.

Das heisst, die Korrektheit von Programmen kann *nicht* automatisch überprüft werden.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Alan Turing, 1936. Theoretische Fragestellungen dieser Art waren für Alan Turing die Hauptmotivation für die Konstruktion seiner Rechenmaschine.

# Beispiel: Primzahltest

**Def.:** Eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist eine Primzahl, wenn kein  $d \in \{2, \dots, n - 1\}$  ein Teiler von  $n$  ist.

# Beispiel: Primzahltest

**Def.:** Eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist eine Primzahl, wenn kein  $d \in \{2, \dots, n - 1\}$  ein Teiler von  $n$  ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;  
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```



# Beispiel: Primzahltest

**Def.:** Eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist eine Primzahl, wenn kein  $d \in \{2, \dots, n - 1\}$  ein Teiler von  $n$  ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;  
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

(Rumpf ist die Null-Anweisung)

# Beispiel: Primzahltest

**Def.:** Eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist eine Primzahl, wenn kein  $d \in \{2, \dots, n - 1\}$  ein Teiler von  $n$  ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;  
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

- Beobachtung 1:  
Nach der `for`-Anweisung gilt  $d \leq n$ .

# Beispiel: Primzahltest

**Def.:** Eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist eine Primzahl, wenn kein  $d \in \{2, \dots, n - 1\}$  ein Teiler von  $n$  ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
unsigned int d;  
for (d=2; n%d != 0; ++d);
```

## ■ Beobachtung 2:

$n$  ist Primzahl genau wenn am Ende  $d = n$ .

# Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung

```
{statement1 statement2 ... statementN}
```

# Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung
- Beispiel: Rumpf der main Funktion

```
int main() {  
    ...  
}
```

# Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung
- Beispiel: Schleifenrumpf

```
for (unsigned int i = 1; i <= n; ++i) {  
    s += i;  
    std::cout << "partial sum is " << s << "\n";  
}
```

# Blöcke

- Blöcke gruppieren mehrere Anweisungen zu einer neuen Anweisung
- Beispiel: if / else

```
if (d < n) // d is a divisor of n in {2,...,n-1}
    std::cout << n << " = " << d << " * " << n / d << ".\n";
else {
    assert (d == n);
    std::cout << n << " is prime.\n";
}
```