1. Ganze Zahlen

Auswertung arithmetischer Ausdrücke, Assoziativität und Präzedenz, arithmetische Operatoren, Wertebereich der Typen `int`, `unsigned int`

Celsius to Fahrenheit

```
// Program: fahrenheit.cpp
// Convert temperatures from Celsius to Fahrenheit.
#include <iostream>

int main() {
  // Input
  std::cout << "Temperature in degrees Celsius =? ";
  int celsius;
  std::cin >> celsius;

  // Computation and output
  std::cout << celsius << " degrees Celsius are "
            << 9 * celsius / 5 + 32  << " degrees Fahrenheit.\n";
  return 0;
}
```


`9 * celsius / 5 + 32`

- Arithmetischer Ausdruck,
- enthält drei Literale, eine Variable, drei Operatorsymbole

Wie ist der Ausdruck geklammert?

Präzedenz

Punkt vor Strichrechnung

`9 * celsius / 5 + 32`

bedeutet

`(9 * celsius / 5) + 32`

Regel 1: Präzedenz

Multiplikative Operatoren (`*`, `/`, `%`) haben höhere Präzedenz ("binden stärker") als additive Operatoren (`+`, `-`)

Assoziativität

Von links nach rechts

```
9 * celsius / 5 + 32
```

bedeutet

```
((9 * celsius) / 5) + 32
```

Regel 2: Assoziativität

Arithmetische Operatoren (`*`, `/`, `%`, `+`, `-`) sind linksassoziativ: bei gleicher Präzedenz erfolgt Auswertung von links nach rechts

Stelligkeit

Regel 3: Stelligkeit

Unäre Operatoren `+`, `-` vor binären `+`, `-`.

```
-3 - 4
```

bedeutet

```
(-3) - 4
```


Klammerung

Jeder Ausdruck kann mit Hilfe der

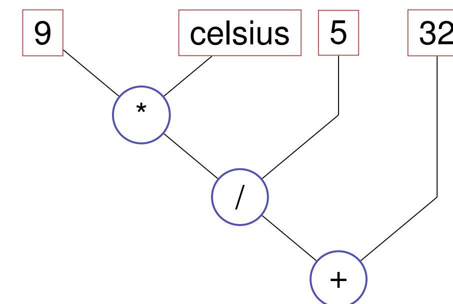
- Assoziativitäten
- Präzedenzen
- Stelligkeiten (Anzahl Operanden)

der beteiligten Operatoren eindeutig geklammert werden (Details im Skript).

Ausdrucksbäume

Klammerung ergibt Ausdrucksbaum

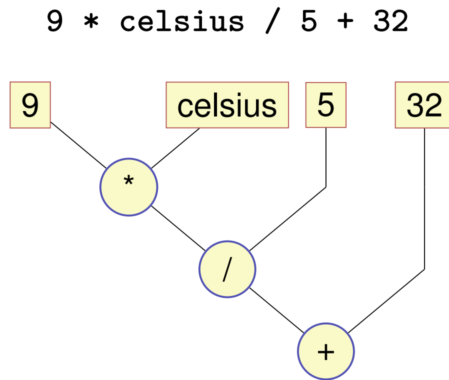
```
(((9 * celsius) / 5) + 32)
```



Auswertungsreihenfolge

"Von oben nach unten" im Ausdrucksbaum

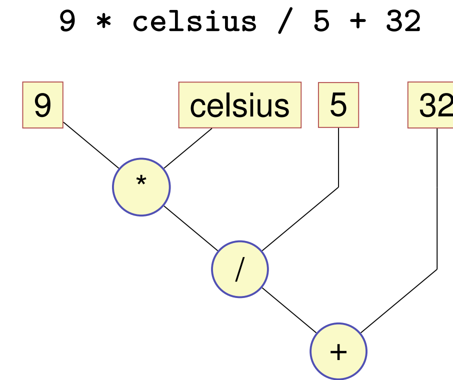
```
9 * celsius / 5 + 32
```



Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge nicht eindeutig bestimmt:

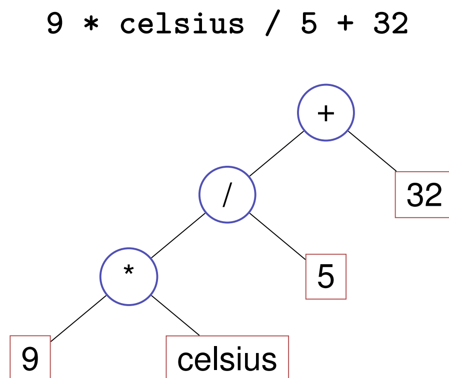
```
9 * celsius / 5 + 32
```



Ausdrucksbäume – Notation

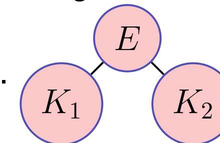
Üblichere Notation: Wurzel oben

```
9 * celsius / 5 + 32
```



Auswertungsreihenfolge – formaler

- Gültige Reihenfolge: Jeder Knoten wird erst *nach* seinen Kindern ausgewertet.



In C++ ist die anzuwendende gültige Reihenfolge nicht spezifiziert.

- "Guter Ausdruck": jede gültige Reihenfolge führt zum gleichen Ergebnis.
- Beispiel für "schlechten Ausdruck": `(a+b)*(a++)`

Auswertungsreihenfolge

Richtlinie

Vermeide das Verändern von Variablen, welche im selben Ausdruck noch einmal verwendet werden!

Arithmetische Operatoren

	Symbol	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Unäres +	+	1	16	rechts
Negation	-	1	16	rechts
Multiplikation	*	2	14	links
Division	/	2	14	links
Modulus	%	2	14	links
Addition	+	2	13	links
Subtraktion	-	2	13	links

Alle Operatoren: [R-Wert $\times$] R-Wert $\rightarrow$ R-Wert

Zuweisungsausdruck – nun genauer

- Bereits bekannt: `a = b` bedeutet
  Zuweisung von `b` (R-Wert) an `a` (L-Wert).
  Rückgabe: L-Wert
- Was bedeutet `a = b = c` ?
- Antwort: Zuweisung rechtsassoziativ, also

`a = b = c` $\Longleftrightarrow$ `a = (b = c)`

Beispiel Mehrfachzuweisung:
`a = b = 0` $\Longrightarrow$ `b=0; a=0`

Division und Modulus

- Operator / realisiert ganzzahlige Division

`5 / 2` hat Wert 2

- In `fahrenheit.cpp`

```
9 * celsius / 5 + 32
```

```
15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit
```

- Mathematisch äquivalent... aber nicht in C++!

```
9 / 5 * celsius + 32
```

```
15 degrees Celsius are 47 degrees Fahrenheit
```

Division und Modulus

- Modulus-Operator berechnet Rest der ganzzahligen Division

`5 / 2` hat Wert 2, `5 % 2` hat Wert 1.

- Es gilt immer:

`(a / b) * b + a % b` hat den Wert von `a`.

Inkrement und Dekrement

- Erhöhen / Erniedrigen einer Zahl um 1 ist eine häufige Operation
- geht für einen L-Wert so:

```
expr = expr + 1.
```

Nachteile

- relativ lang
- expr wird zweimal ausgewertet (Effekte!)

In-/Dekrement Operatoren

Post-Inkrement

```
expr++
```

Wert von expr wird um 1 erhöht, der *alte* Wert von expr wird (als R-Wert) zurückgegeben

Prä-Inkrement

```
++expr
```

Wert von expr wird um 1 erhöht, der *neue* Wert von expr wird (als L-Wert) zurückgegeben

Post-Dekrement

```
expr--
```

Wert von expr wird um 1 verringert, der *alte* Wert von expr wird (als R-Wert) zurückgegeben

Prä-Dekrement

```
--expr
```

Wert von expr wird um 1 verringert, der *neue* Wert von expr wird (als L-Wert) zurückgegeben

In-/Dekrement Operatoren

	Gebrauch	Stelligkeit	Präz	Assoz.	L/R-Werte
Post-Inkrement	`expr++`	1	17	links	L-Wert $\rightarrow$ R-Wert
Prä-Inkrement	`++expr`	1	16	rechts	L-Wert $\rightarrow$ L-Wert
Post-Dekrement	`expr--`	1	17	links	L-Wert $\rightarrow$ R-Wert
Prä-Dekrement	`--expr`	1	16	rechts	L-Wert $\rightarrow$ L-Wert

In-/Dekrement Operatoren

Beispiel

```
int a = 7;
std::cout << ++a << "\n"; // 8
std::cout << a++ << "\n"; // 8
std::cout << a << "\n"; // 9
```


In-/Dekrement Operatoren

Ist die Anweisung

`++expr;` ← wir bevorzugen dies

äquivalent zu

`expr++;`?

Ja, aber

- Prä-Inkrement ist effizienter (alter Wert muss nicht gespeichert werden)
- Post-In/Dekrement sind die einzigen linksassoziativen unären Operatoren (nicht sehr intuitiv)

C++ vs. ++C

Eigentlich sollte unsere Sprache `++C` heissen, denn

- sie ist eine Weiterentwicklung der Sprache `C`,
- während `C++` ja immer noch das alte `C` liefert.

Arithmetische Zuweisungen

`a += b`

⇔

`a = a + b`

Analog für `-`, `*`, `/` und `%`

Arithmetische Zuweisungen

	Gebrauch	Bedeutung
`+=`	`expr1 += expr2`	`expr1 = expr1 + expr2`
`-=`	`expr1 -= expr2`	`expr1 = expr1 - expr2`
`*=`	`expr1 *= expr2`	`expr1 = expr1 * expr2`
`/=`	`expr1 /= expr2`	`expr1 = expr1 / expr2`
`%=`	`expr1 %= expr2`	`expr1 = expr1 % expr2`

Arithmetische Zuweisungen werten expr1 nur einmal aus.
Zuweisungen haben Präzedenz 4 und sind rechtsassoziativ

Binäre Zahlendarstellungen

Binäre Darstellung ("Bits" aus $\{0, 1\}$)

$$b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0$$

entspricht der Zahl $b_n \cdot 2^n + \cdots + b_1 \cdot 2 + b_0$

Beispiel: `101011` entspricht 43.

Niedrigstes Bit, Least Significant Bit (LSB)

Höchstes Bit, Most Significant Bit (MSB)

Binäre Zahlen: Zahlen der Computer?

Wahrheit: Computer rechnen mit Binärzahlen.

NEUE ZÜRCHER ZEITUNG

TECHNIK

Das programmgesteuerte Rechengerät an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

Merkmale des Gerätes

Das duale Zahlsystem

Binäre Zahlen: Zahlen der Computer?

Klischee: Computer reden 0/1-Kauderwelsch.

Hexadezimale Zahlen

Zahlen zur Basis 16. Darstellung

$$h_n h_{n-1} \dots h_1 h_0$$

entspricht der Zahl

$$h_n \cdot 16^n + \dots + h_1 \cdot 16 + h_0.$$

Schreibweise in C++: vorangestelltes `0x`

Beispiel: `0xff` entspricht 255.

Hex Nibbles

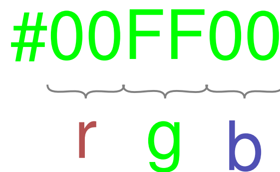
hex	bin	dec
0	0000	0
1	**0001**	**1**
2	**0010**	**2**
3	0011	3
4	**0100**	**4**
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	**1000**	**8**
9	1001	9
a	1010	10
b	1011	11
c	1100	12
d	1101	13
e	1110	14
f	1111	15

Wozu Hexadezimalzahlen?

- Ein Hex-Nibble entspricht *genau* 4 Bits. Die Zahlen 1, 2, 4 und 8 repräsentieren Bits 0, 1, 2 und 3.
- „Kompakte Darstellung von Binärzahlen”.

32-bit Zahlen bestehen aus acht Hex-Nibbles: `0x00000000 -- 0xffffffff` .
`0x400` $= 1Ki = 1'024.$
`0x100000` $= 1Mi = 1'048'576.$
`0x40000000` $= 1Gi = 1'073.741,824.$
`0x80000000`: höchstes Bit einer 32-bit Zahl gesetzt.
`0xffffffff`: alle Bits einer 32-bit Zahl gesetzt.
„`0x8a20aaf0` ist eine Addresse in den oberen 2G des 32-bit Addressraumes”

Beispiel: Hex-Farben



Wozu Hexadezimalzahlen?

“Für Programmierer und Techniker” (Auszug aus der Bedienungsanleitung des Schachcomputers *Mephisto II*, 1981)

Beispiele:

8200 — a) Anzeige ***8200***
MEPHISTO ist mit genau 2 Bauern-Einheiten im Vorteil.

7F00 — b) Anzeige ***7F00***
MEPHISTO ist mit genau 1 Bauern-Einheit im Nachteil.

Die Anzeige erfolgt in ***hexadezimaler Schreibweise.*** Im Gegensatz zum gewohnten Dezimalsystem gehen die Ziffern an jeder Stelle von 0 bis F (A = 10, B = 11, ... F = 15).
Für mathematisch Vorgebildete nachstehend die Umrechnungsformel in das dezimale Punktsystem:

$$ABCD = (Ax16^3) + (Bx16^2) + (Cx16^1) + (Dx16^0)$$

Für A gilt: 7 = -1; 8 = 0; 9 = +1 usw.
Eine Bauerneinheit (B) wird ausgedrückt in $16^2 = 256$ Punkten.
Dieses auf den ersten Blick vielleicht etwas komplizierte System dient der Service-Freundlichkeit von MEPHISTO, sowie insbesondere der Entwicklungsarbeit an zukünftigen, noch stärkeren Programmen, ist also mehr für unsere Programmierer und Techniker vorgesehen.

Beispiele:

805E — c) Anzeige ***805E***
(E=14) Umrechnung nach folgendem Verfahren:
$(14x16^0) + (5x16^1) + (0x16^2) + (0x16^3) = 14+80+0+0 =$
$=$ ***+94 Punkte.***

7F80 — d) Anzeige ***7F80***
(7=-1; F=15) Umrechnung wie folgt:
$(0x16^0) + (8x16^1) + (15x16^2) - (1x16^3) = 0+128+3840-4096 =$

http://www.zanchetta.net/default.aspx?Categorie=ECHIQUIERS&Page=documentations

Wozu Hexadezimalzahlen?

Die NZZ hätte viel Platz sparen können...

Wertebereich des Typs `int`

- Repräsentation mit B Bits. Wertebereich umfasst die 2^B ganzen Zahlen:

$$\{-2^{B-1}, -2^{B-1}+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, 2^{B-1}-2, 2^{B-1}-1\}$$

- Auf den meisten Plattformen $B = 32$
- Für den Typ `int` garantiert C++ $B \geq 16$
- Hintergrund: Abschnitt 2.2.8 (Binary Representation) im Skript

Wertebereich des Typs `int`

```
// Program: limits.cpp
// Output the smallest and the largest value of type int.

#include <iostream>
#include <limits>

int main()
{
  std::cout << "Minimum int value is "
            << std::numeric_limits<int>::min() << ".\n"
            << "Maximum int value is "
            << std::numeric_limits<int>::max() << ".\n";
  return 0;
}
```

Zum Beispiel

```
Minimum int value is -2147483648.
Maximum int value is 2147483647.
```


Überlauf und Unterlauf

- Arithmetische Operationen (`+`,`-`,`*`) können aus dem Wertebereich herausführen.
- Ergebnisse können inkorrekt sein.

`power8.cpp`: $15^8 = -1732076671$

`power20.cpp`: $3^{20} = -808182895$

- Es gibt *keine Fehlermeldung!*

Der Typ `unsigned int`

- Wertebereich
$$\{0, 1, \ldots, 2^B - 1\}$$
- Alle arithmetischen Operationen gibt es auch für `unsigned int`.
- Literale: `1u, 17u` ...

Gemischte Ausdrücke

- Operatoren können Operanden verschiedener Typen haben (z.B. `int` und `unsigned int`).

```
17 + 17u
```

- Solche gemischten Ausdrücke sind vom „allgemeineren” Typ `unsigned int`.
- `int`-Operanden werden *konvertiert* nach `unsigned int`.

Konversion

`int` Wert	Vorzeichen	`unsigned int` Wert
x	≥ 0	x
x	< 0	$x + 2^B$

Bei Zweierkomplementdarstellung passiert dabei intern gar nichts

Konversion “andersherum”

Die Deklaration

```
int a = 3u;
```

konvertiert `3u` nach `int`.

Der Wert bleibt erhalten, weil er im Wertebereich von `int` liegt; andernfalls ist das Ergebnis implementierungsabhängig.

Vorzeichenbehaftete Zahlendarstellung

- Soweit klar (hoffentlich): Binäre Zahlendarstellung ohne Vorzeichen, z.B.

$$[b_{31}b_{30}\dots b_0]_u \quad \widehat{=} \quad b_{31}\cdot 2^{31} + b_{30}\cdot 2^{30} + \cdots + b_0$$

- Nun offensichtlich notwendig: Verwende ein Bit für das Vorzeichen.
- Suche möglichst konsistente Lösung

Die Darstellung mit Vorzeichen sollte möglichst viel mit der vorzeichenlosen Lösung „gemein haben”. Positive Zahlen sollten sich in beiden Systemen algorithmisch möglichst gleich verhalten.