

# 15. Rekursion 2

Bau eines Taschenrechners, Ströme, Formale Grammatiken,  
Extended Backus Naur Form (EBNF), Parsen von Ausdrücken

# Motivation: Taschenrechner

## Beispiel

Eingabe: 3 + 5

Ausgabe: 8

- Binäre Operatoren +, -, \*, / und Zahlen

# Motivation: Taschenrechner

## Beispiel

Eingabe: 3 / 5

Ausgabe: 0.6

- Binäre Operatoren +, -, \*, / und Zahlen
- Fließkommaarithmetik

# Motivation: Taschenrechner

## Beispiel

Eingabe:  $3 + 5 * 20$

Ausgabe: 103

- Binäre Operatoren  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$  und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++

# Motivation: Taschenrechner

## Beispiel

Eingabe:  $(3 + 5) * 20$

Ausgabe: 160

- Binäre Operatoren  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$  und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++
- Klammerung

# Motivation: Taschenrechner

## Beispiel

Eingabe:  $-(3 + 5) + 20$

Ausgabe: 12

- Binäre Operatoren  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$  und Zahlen
- Fließkommaarithmetik
- Präzedenzen und Assoziativitäten wie in C++
- Klammerung
- Unärer Operator  $-$

# Naiver Versuch (ohne Klammern)

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

# Scheint zu klappen...

```
double lval;  
std::cin >> lval;
```

```
char op;  
while (std::cin >> op && op != '=') {  
    double rval;  
    std::cin >> rval;
```

```
    if (op == '+')  
        lval += rval;  
    else if (op == '*')  
        lval *= rval;  
    else ...
```

```
}  
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

```
Eingabe 1 * 2 * 3 * 4 =  
Ergebnis 24
```



# Oops, Strich- vor Punktrechnung...

```
double lval;
std::cin >> lval;

char op;
while (std::cin >> op && op != '=') {
    double rval;
    std::cin >> rval;

    if (op == '+')
        lval += rval;
    else if (op == '*')
        lval *= rval;
    else ...
}
std::cout << "Ergebnis " << lval << "\n";
```

Eingabe 2 + 3 \* 3 =  
Ergebnis 15

# Analyse des Problems

## Beispiel

Eingabe:

13 + ...

# Analyse des Problems

## Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * \dots$$

# Analyse des Problems

## Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - ...$$

# Analyse des Problems

## Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - 7 * ...$$

# Analyse des Problems

## Beispiel

Eingabe:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3) =$$

Muss gespeichert bleiben,  
damit jetzt ausgewertet werden kann!

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ergebnis:

$$13 + 4*(15 - 21)$$

# Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

$$13 + 4 * (-6)$$



# Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

$$13 + (-24)$$

# Analyse des Problems

Beispiel

Ergebnis:

-11

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese Vorlesung

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese Vorlesung ist

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt

# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt recht



# Analyse des Problems

## Beispiel

Ausdruck:

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

## Beispiel

Diese Vorlesung ist insgesamt recht rekursiv.

# Als Vorbereitung: Ströme

Ein Programm verarbeitet Eingaben von einem konzeptuell unbegrenzten Eingabestrom.

$$3 + 5 - 6 * 10 + 800 - 70$$

# Als Vorbereitung: Ströme

Ein Programm verarbeitet Eingaben von einem konzeptuell unbegrenzten Eingabestrom.

$$3 + 5 - 6 * 10 + 800 - 70$$

Bisher: Eingabestrom der Kommandozeile `std::cin`

```
while (std::cin >> op && op != '=') { ... }
```



Konsumiere `op` von `std::cin`,  
Leseposition schreitet fort.

# Als Vorbereitung: Ströme

Ein Programm verarbeitet Eingaben von einem konzeptuell unbegrenzten Eingabestrom.

$$3 + 5 - 6 * 10 + 800 - 70$$

Bisher: Eingabestrom der Kommandozeile `std::cin`

```
while (std::cin >> op && op != '=') { ... }
```



Konsumiere `op` von `std::cin`,  
Leseposition schreitet fort.

Wir wollen zukünftig aber auch von Dateien lesen können!

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum

```
#include <iostream>
```

```
int main () {
```

```
    char c;
```

```
    int checksum = 0;
```

```
    while (std::cin >> c) {
```

```
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
```

```
        checksum %= 0x10000;
```

```
    }
```

```
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
```

```
}
```

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum

```
#include <iostream>
```

```
int main () {
```

```
    char c;
```

```
    int checksum = 0;
```

```
    while (std::cin >> c) {
```

```
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
```

```
        checksum %= 0x10000;
```

```
    }
```

```
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
```

```
}
```

**Eingabe:** Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua. Ut enim ad minim veniam, quis nostrud exercitation ullamco laboris nisi ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis aute irure dolor in reprehenderit in voluptate velit esse cillum dolore eu fugiat nulla pariatur. Excepteur sint occaecat cupidatat non proident, sunt in culpa qui officia deserunt mollit anim id est laborum.

Erfordert in der Konsole manuelles Ende der Eingabe

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum

```
#include <iostream>
```

```
int main () {
```

```
    char c;
```

```
    int checksum = 0;
```

```
    while (std::cin >> c) {
```

```
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
```

```
        checksum %= 0x10000;
```

```
    }
```

```
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
```

```
}
```

**Eingabe:** Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua. Ut enim ad minim veniam, quis nostrud exercitation ullamco laboris nisi ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis aute irure dolor in reprehenderit in voluptate velit esse cillum dolore eu fugiat nulla pariatur. Excepteur sint occaecat cupidatat non proident, sunt in culpa qui officia deserunt mollit anim id est laborum.

**Ausgabe:** 67fd

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum mit Datei

```
#include <iostream>
#include <fstream>

int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremispum.txt");
    char c;
    int checksum = 0;
    while (fileStream >> c) {
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
        checksum %= 0x10000;
    }
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
}
```



# Beispiel: BSD 16-bit Checksum mit Datei

```
#include <iostream>
#include <fstream>

int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremispum.txt");
    char c;
    int checksum = 0;
    while (fileStream >> c) {
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
        checksum %= 0x10000;
    }
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
}
```

Gibt am Dateiende false zurück.

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum mit Datei

```
#include <iostream>
#include <fstream>
```

Ausgabe: 67fd

```
int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremispum.txt");
    char c;
    int checksum = 0;
    while (fileStream >> c) {
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
        checksum %= 0x10000;
    }
    std::cout << "checksum = " << std::hex << checksum << "\n";
}
```

Gibt am Dateieinde false zurück.

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum

Wiederverwendung gemeinsam genutzter Funktionalität?

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum

Wiederverwendung gemeinsam genutzter Funktionalität?

Richtig: mit einer Funktion. Aber wie?

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum generisch!

```
#include <iostream>
#include <fstream>

int checksum (std::istream& is)
{
    char c;
    int checksum = 0;
    while (is >> c) {
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
        checksum %= 0x10000;
    }
    return checksum;
}
```

# Beispiel: BSD 16-bit Checksum generisch!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
```

Referenz nötig: wir verändern den Strom!

```
int checksum (std::istream& is)
{
    char c;
    int checksum = 0;
    while (is >> c) {
        checksum = checksum / 2 + checksum % 2 * 0x8000 + c;
        checksum %= 0x10000;
    }
    return checksum;
}
```

# Gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>

int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream("loremipsum.txt");

    if (checksum (fileStream) == checksum (std::cin))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```

# Gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
```

Eingabe: Lorem Yps mit Gimmick

```
int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream("loremipsum.txt");

    if (checksum (fileStream) == checksum (std::cin))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```



# Gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
```

Eingabe: Lorem Yps mit Gimmick  
Ausgabe: checksums differ

```
int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream("loremipsum.txt");

    if (checksum (fileStream) == checksum (std::cin))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```

# Warum geht das ?

- `std::cin` ist eine Variable vom Typ `std::istream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom.

# Warum geht das ?

- `std::cin` ist eine Variable vom Typ `std::istream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom.
- Unsere Variable `fileStream` ist vom Typ `std::ifstream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom auf einer Datei.

# Warum geht das ?

- `std::cin` ist eine Variable vom Typ `std::istream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom.
- Unsere Variable `fileStream` ist vom Typ `std::ifstream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom auf einer Datei.
- Ein `std::ifstream` *ist auch ein* `std::istream`, kann nur etwas mehr.

# Warum geht das ?

- `std::cin` ist eine Variable vom Typ `std::istream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom.
- Unsere Variable `fileStream` ist vom Typ `std::ifstream`. Sie repräsentiert einen Eingabestrom auf einer Datei.
- Ein `std::ifstream` *ist auch ein* `std::istream`, kann nur etwas mehr.
- Somit kann `fileStream` überall dort verwendet werden, wo ein `std::istream` verlangt ist.

# Nochmal gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <sstream>

int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremipsum.txt");
    std::stringstream stringStream ("Lorem Yps mit Gimmick");

    if (checksum (fileStream) == checksum (stringStream))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```

# Nochmal gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <sstream>
```

Eingabe aus stringstream

```
int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremipsum.txt");
    std::stringstream stringstream ("Lorem Yps mit Gimmick");

    if (checksum (fileStream) == checksum (stringstream))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```

# Nochmal gleiches Recht für alle!

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <sstream>
```

Eingabe aus stringstream  
Ausgabe: checksums differ

```
int checksum (std::istream& is) { ... }

int main () {
    std::ifstream fileStream ("loremipsum.txt");
    std::stringstream stringstream ("Lorem Yps mit Gimmick");

    if (checksum (fileStream) == checksum (stringstream))
        std::cout << "checksums match.\n";
    else
        std::cout << "checksums differ.\n";
}
```



# Zurück zu den Ausdrücken

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

# Zurück zu den Ausdrücken

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

# Zurück zu den Ausdrücken

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

**Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.**

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

# Zurück zu den Ausdrücken

$$13 + 4 * (15 - 7 * 3)$$

Das “Verstehen” eines Ausdrucks erfordert Vorausschau auf kommende Symbole!

Wir werden die Symbole elegant mittels Rekursion zwischenspeichern.

Wir brauchen ein neues formales (von C++unabhängiges) Handwerkszeug.

# Formale Grammatiken

- Alphabet: endliche Menge von Symbolen  $\Sigma$
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen  $\Sigma^*$

# Formale Grammatiken

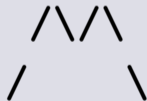
- Alphabet: endliche Menge von Symbolen  $\Sigma$
- Sätze: endlichen Folgen von Symbolen  $\Sigma^*$

Eine formale Grammatik definiert, welche Sätze gültig sind.

# Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

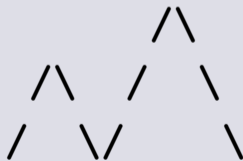
$m = //\backslash/\backslash$



# Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

$m' = //\backslash\backslash//\backslash\backslash$





# Falsche Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

$m'' = //\backslash\backslash$



# Falsche Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

$$m'' = //\backslash\backslash \notin \mathcal{M}$$



Beide Seiten müssen gleiche Starthöhe haben.

# Falsche Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

$$m''' = /\backslash\//\backslash$$



# Falsche Berge

- Alphabet:  $\{/, \backslash\}$
- Berge:  $\mathcal{M} \subset \{/, \backslash\}^*$  (gültige Sätze)

$m''' = /\backslash//\backslash \notin \mathcal{M}$



Ein Berg darf nicht unter seine Starthöhe fallen.

# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

$\text{berg} = "/\backslash" \mid "/" \text{ berg } "\backslash" \mid \text{ berg berg}.$

# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

$\text{berg} = \text{"/\\"} \mid \text{"/" berg "\"} \mid \text{berg berg.}$

Mögliche Berge

# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

$\text{berg} = \text{"/\\"} \mid \text{"/" berg "\"} \mid \text{berg berg.}$

Mögliche Berge

1 /\

# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

berg = `"/\"` | `"/" berg "\"` | `berg berg`.

Mögliche Berge

1 `/\`

2 `/\ /\`  $\Rightarrow$  `/\ /\ /\`



# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

berg = `"/\"` | `"/" berg "\"` | **berg berg**.

## Mögliche Berge

1 `/\`

2 `/\` `/\` `/\`  $\Rightarrow$  `/\` `/\` `/\` `/\` `/\`

3 `/\` `/\` `/\` `/\` `/\` `/\` `/\`  $\Rightarrow$  `/\` `/\` `/\` `/\` `/\` `/\` `/\` `/\`

# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

berg = "/"\" | "/" berg "\" | berg berg.

Regel

Alternativen



# Berge in Backus-Naur-Form (BNF)

berg = "/" | "/" berg | berg berg.

Terminal



Nichtterminal

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

# Ausdrücke

$$- (\underline{3} - (\underline{4} - \underline{5})) * (\underline{3} + \underline{4} * \underline{5}) / \underline{6}$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl , ( ? )

# Ausdrücke

$$\underline{-} (3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- ? \* ?, ? \* ? / ?, ...



# Ausdrücke

$$-(3_{\underline{\quad}} - (4_{\underline{\quad}} - 5)) * (3_{\underline{\quad}} + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- ? \* ?, ? \* ? / ?, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- ? \* ?, ? \* ? / ?, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor,  
Faktor \* Faktor / Faktor, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor,  
Faktor \* Faktor / Faktor, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

Term

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor, Faktor  
Faktor \* Faktor / Faktor, ...
- ? - ?, ? + ?, ...

Faktor

Term

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl, ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor, Faktor  
Faktor \* Faktor / Faktor, ...
- Term + Term,  
Term - Term, ...

Faktor

Term

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl , ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor, Faktor  
Faktor \* Faktor / Faktor , ...
- Term + Term,  
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck

# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl , ( ? )  
-Zahl, -( ? )
- Faktor \* Faktor, Faktor  
Faktor \* Faktor / Faktor , ...
- Term + Term, **Term**  
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck



# Ausdrücke

$$-(3 - (4 - 5)) * (3 + 4 * 5) / 6$$

Was benötigen wir in einer BNF?

- Zahl , ( Ausdruck )  
-Zahl, -( Ausdruck )
- Faktor \* Faktor, Faktor  
Faktor \* Faktor / Faktor , ...
- Term + Term, Term  
Term - Term, ...

Faktor

Term

Ausdruck

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = unsigned_number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = unsigned_number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = unsigned_number  
            | "(" expression ")"  
            | "-" factor.
```

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Faktor ist

- eine Zahl,
- ein geklammerter Ausdruck oder
- ein negierter Faktor.

```
factor      = unsigned_number  
             | "(" expression ")"  
             | "-" factor.
```

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor \* Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor \* Faktor, ...
- ...

Wir brauchen Repetition!

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor \* Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor \* Faktor, ...
- ...

Wir brauchen Repetition!

# Die BNF für Ausdrücke

Ein Term ist

- Faktor,
- Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor,
- Faktor \* Faktor \* Faktor, Faktor / Faktor \* Faktor, ...
- ...

Wir brauchen Repetition!



Extended Backus Naur Form: Erweiterung der BNF um

- Option [] und
- Optionale Repetition {}

```
term = factor { "*" factor | "/" factor }.
```

# Die EBNF für Ausdrücke

```
factor      = unsigned_number  
             | "(" expression ")"  
             | "-" factor.
```

```
term        = factor { "*" factor | "/" factor }.
```

```
expression = term { "+" term | "-" term }.
```

# Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der (E)BNF gültig ist.

# Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der (E)BNF gültig ist.
- **Parser:** Programm zum Parsen

# Parsen

- **Parsen:** Feststellen, ob ein Satz nach der (E)BNF gültig ist.
- **Parser:** Programm zum Parsen
- **Praktisch:** Aus der (E)BNF kann (fast) automatisch ein Parser generiert werden:
  - Regeln werden zu Funktionen
  - Alternativen und Optionen werden zu `if`-Anweisungen
  - Nichtterminale Symbole auf der rechten Seite werden zu Funktionsaufrufen
  - Optionale Repetitionen werden zu `while`-Anweisungen

# Regeln

```
factor    = unsigned_number  
          | "(" expression ")"  
          | "-" factor.
```

```
term      = factor { "*" factor | "/" factor }.
```

```
expression = term { "+" term | "-" term }.
```

Ausdruck wird aus einem **Eingabestrom** gelesen.

```
// POST: returns true if and only if is = factor ...  
//       and in this case extracts factor from is  
bool factor (std::istream& is);
```

```
// POST: returns true if and only if is = term ...,  
//       and in this case extracts all factors from is  
bool term (std::istream& is);
```

```
// POST: returns true if and only if is = expression ...,  
//       and in this case extracts all terms from is  
bool expression (std::istream& is);
```

Ausdruck wird aus einem **Eingabestrom** gelesen.

```
// POST: extracts a factor from is
//       and returns its value
double factor (std::istream& is);
```

```
// POST: extracts a term from is
//       and returns its value
double term (std::istream& is);
```

```
// POST: extracts an expression from is
//       and returns its value
double expression (std::istream& is);
```



# Vorausschau von einem Zeichen...

... um jeweils die richtige Alternative zu finden.

```
// POST: leading whitespace characters are extracted
//       from is, and the first non-whitespace character
//       is returned (0 if there is no such character)
char lookahead (std::istream& is)
{
    if (is.eof())
        return 0;
    is >> std::ws;           // skip whitespaces
    if (is.eof())
        return 0;           // end of stream
    return is.peek();       // next character in is
}
```

# Rosinenpickerei

...um jeweils nur das gewünschte Zeichen zu extrahieren.

```
// POST: if ch matches the next lookahead then consume it
//         and return true; return false otherwise
bool consume (std::istream& is, char ch)
{
    if (lookahead(is) == ch){
        is >> ch;
        return true;
    }
    return false ;
}
```

# Faktoren auswerten

```
double factor (std::istream& is)
{
    double v;
    if (consume(is, '(')){
        v = expression (is);
        consume(is, ')');
    } else if (consume(is, '-'))
        v = -factor (is);
    else
        is >> v;
    return v;
}
```

```
factor = "(" expression ")"
        | "-" factor
        | unsigned_number.
```

# Terme auswerten

```
double term (std::istream& is)
{
    double value = factor (is);
    while(true){
        if (consume(is, '*'))
            value *= factor (is);
        else if (consume(is, '/'))
            value /= factor(is)
        else
            return value;
    }
}
```

```
term = factor { "*" factor | "/" factor }
```

# Ausdrücke auswerten

```
double expression (std::istream& is)
{
    double value = term(is);
    while(true){
        if (consume(is, '+'))
            value += term (is);
        else if (consume(is, '-'))
            value -= term(is)
        else
            return value;
    }
}
```

expression = term { "+" term | "-" term }

# Rekursion!

Factor

Term

Expression

# Rekursion!

Factor

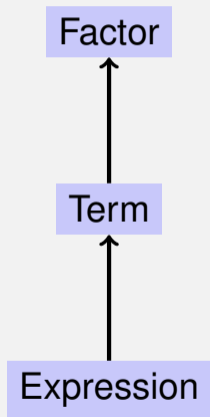
Term

Expression

```
graph BT; Expression --> Term; Term --> Factor;
```

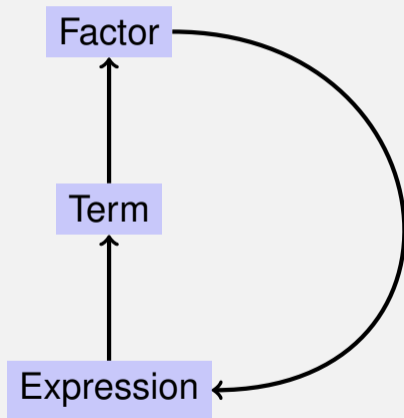
The diagram illustrates a recursive relationship between three terms: Expression, Term, and Factor. Each term is contained within a light blue rectangular box. An upward-pointing arrow connects the 'Expression' box to the 'Term' box, and another upward-pointing arrow connects the 'Term' box to the 'Factor' box. This indicates that an Expression can be a Term, and a Term can be a Factor, representing a recursive structure where each level builds upon the previous one.

# Rekursion!





# Rekursion!



# EBNF — Und es funktioniert!

EBNF (calculator.cpp, Auswertung von links nach rechts):

```
factor      = unsigned_number
              | "(" expression ")"
              | "-" factor.

term        = factor { "*" factor | "/" factor }.

expression = term { "+" term | "-" term }.
```

```
std::stringstream input ("1-2-3");
std::cout << expression (input) << "\n"; // -4
```

# BNF — Und es funktioniert **nicht!**

BNF (calculator\_r.cpp, Auswertung von rechts nach links):

```
factor    = unsigned_number
           | "(" expression ")"
           | "-" factor.

term      = factor | factor "*" term | factor "/" term.

expression = term | term "+" expression | term "-" expression.
```

```
std::stringstream input ("1-2-3");
std::cout << expression (input) << "\n"; // 2
```

# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

Beispiele

3

# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

## Beispiele

3, 3 - 5

# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

## Beispiele

3, 3 - 5, 3 - 7 - 1

# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

## Beispiele

3, 3 - 5, 3 - 7 - 1

EBNF:

`sum = value {"-" value | "+" value}.`

# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

## Beispiele

3, 3 - 5, 3 - 7 - 1

EBNF:

`sum = value {"-" value | "+" value}.`

BNF:

`sum = value | value "-" sum | value "+" sum.`



# Analyse: Repetition vs. Rekursion

Vereinfachung: Summe / Differenz von Zahlen

## Beispiele

3, 3 - 5, 3 - 7 - 1

EBNF:

`sum = value {"-" value | "+" value}.`

BNF:

`sum = value | value "-" sum | value "+" sum.`

Die beiden Grammatiken erlauben dieselben Ausdrücke.

# value

```
double value (std::istream& is){  
    double val;  
    is >> val;  
    return val;  
}
```

# EBNF Variante

```
// sum = value {"-" value | "+" value}.
double sum(std::istream& is) {
    double v = value(is);
    while(true){
        if (consume(is, '-'))
            v -= value(is);
        else if (consume(is, '+'))
            v += value(is);
        else
            return v;
    }
}
```

# Wir testen: **EBNF** Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe:

# Wir testen: **EBNF** Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe: -1

# Wir testen: EBNF Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe: -1 ✓

# Wir testen: **EBNF** Variante

- Eingabe: 1-2-3  
Ausgabe:

# Wir testen: **EBNF** Variante

- Eingabe: 1-2-3  
Ausgabe: -4



# Wir testen: EBNF Variante

- Eingabe: 1-2-3  
Ausgabe: -4 ✓

# BNF Variante

```
// sum = value | value "-" sum | value "+" sum.  
double sum(std::istream& is){  
    double v = value(is);  
    if (consume(is, '-'))  
        return v - sum(is);  
    else if(consume(is, '+'))  
        return v + sum(is);  
    return v;  
}
```

# Wir testen: BNF Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe:

# Wir testen: BNF Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe: -1

# Wir testen: BNF Variante

- Eingabe: 1-2  
Ausgabe: -1 ✓

# Wir testen: BNF Variante

- Eingabe: 1-2-3  
Ausgabe:

# Wir testen: BNF Variante

- Eingabe: 1-2-3  
Ausgabe: 2

# Wir testen: BNF Variante

■ Eingabe: 1-2-3

Ausgabe: 2 



# Wir testen



Ist die BNF falsch ?

# Wir testen



Ist die BNF falsch ?

```
sum = value
    | value "-" sum
    | value "+" sum.
```

# Wir testen



Ist die BNF falsch ?

```
sum = value
    | value "-" sum
    | value "+" sum.
```

- Nein, denn sie spricht nur über die **Gültigkeit** von Ausdrücken, nicht über deren **Werte**!

# Wir testen



Ist die BNF falsch ?

```
sum = value
    | value "-" sum
    | value "+" sum.
```

- Nein, denn sie spricht nur über die **Gültigkeit** von Ausdrücken, nicht über deren **Werte**!
- Die Auswertung haben wir naiv “obendrauf” gesetzt.

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

"1 - 2 - 3"

```
...  
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

1 - "2 - 3"

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){
    double v = value (is);
    if (consume (is, '-'))
        v -= sum (is);
    else if (consume (is, '+'))
        v += sum(is);
    return v;
}
```

2 - "3"

1 - "2 - 3"

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

3

2 - "3"

1 - "2 - 3"

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```



# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

3

3

2 - "3"

1 - "2 - 3"

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

3

3

2 - "3"

-1

1 - "2 - 3"

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");  
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){  
    double v = value (is);  
    if (consume (is, '-'))  
        v -= sum (is);  
    else if (consume (is, '+'))  
        v += sum(is);  
    return v;  
}
```

3

3

2 - "3"

-1

1 - "2 - 3"

2

"1 - 2 - 3"

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");
```

```
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

# Dem Problem auf den Grund gehen

```
double sum (std::istream& is){
    double v = value (is);
    if (consume (is, '-'))
        v -= sum (is);
    else if (consume (is, '+'))
        v += sum(is);
    return v;
}
```

...

```
std::stringstream input ("1-2-3");
std::cout << sum (input) << "\n"; // 4
```

3	3
2 - "3"	-1
1 - "2 - 3"	2
"1 - 2 - 3"	2

# Was ist denn falsch gelaufen?

Die BNF

- spricht offiziell zwar nicht über Werte,

# Was ist denn falsch gelaufen?

Die BNF

- spricht offiziell zwar nicht über Werte,
- legt uns aber trotzdem die falsche Klammerung (von rechts nach links) nahe.

# Was ist denn falsch gelaufen?

Die BNF

- spricht offiziell zwar nicht über Werte,
- legt uns aber trotzdem die falsche Klammerung (von rechts nach links) nahe.

```
sum = value | value "-" sum | value "+" sum.
```

führt sehr natürlich zu

$$1 - 2 - 3 = 1 - (2 - 3)$$

# Eine Lösung: Linksrekursion

```
sum = value | sum "-" value | sum "+" value.
```

Implementationsmuster von vorher funktioniert nicht mehr.  
Linksrekursion muss wieder zu Rechtsrekursion aufgelöst werden.

Das sähe dann so aus:

```
sum = value | value s  
s = "-" sum | "+" sum.
```



# Eine Lösung: Linksrekursion

```
sum = value | sum "-" value | sum "+" value.
```

Implementationsmuster von vorher funktioniert nicht mehr.  
Linksrekursion muss wieder zu Rechtsrekursion aufgelöst werden.

Das sähe dann so aus:

```
sum = value | value s.  
s = "-" sum | "+" sum.
```

# Eine Lösung: Linksrekursion

```
sum = value | sum "-" value | sum "+" value.
```

Implementationsmuster von vorher funktioniert nicht mehr.  
Linksrekursion muss wieder zu Rechtsrekursion aufgelöst werden.

Das sähe dann so aus:

```
sum = value | value s.  
s = "-" sum | "+" sum.
```