Informatik II

Übung 3

FS 2020

Program of Today

1. Wiederholung Theorie
   - Probleme, Algorithmen, Programme
   - Asymptotische Laufzeit
2. In-class Exercise (Code-Expert)

1. Wiederholung Theorie

Warm-up

- Was ist ein Problem?

Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?

Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?

  ➜ wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.

Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?

  ➜ wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.

- Was ist ein Programm?

Warm-up

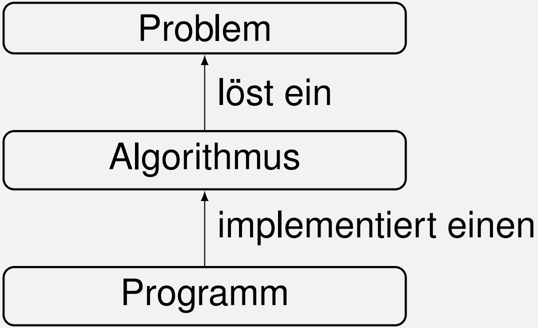
- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?

  ➜ wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.

- Was ist ein Programm?

  ➜ Konkrete Implementation eines Algorithmus.

Warm-up


Problem
löst ein
Algorithmus
implementiert einen
Programm

Warm-up

Problem

↓ kann von mehreren gelöst werden

Algorithmen

↓ kann auf mehre Arten implementiert werden

Programm

Effizienz

Problem	Komplexität	Minimale (asymptotische) Kosten über alle Algorithmen, die das Problem lösen.
Algorithmus	Kosten	Anzahl Elementaroperationen
Programm	Laufzeit	Messbarer Wert auf einer konkreten Maschine.

Effizienz

Problem	Komplexität	Minimale (asymptotische) Kosten über alle Algorithmen, die das Problem lösen.
Algorithmus	Kosten	Anzahl Elementaroperationen
Programm	Laufzeit	Messbarer Wert auf einer konkreten Maschine.

➜ Abschätzen von *Kosten* oder *Laufzeit* abhängig von der Eingabegrösse n.

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

➜ Mengen von Funktionen!

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

➜ Mengen von Funktionen!

Wiederholung, Mengen A, B:

Teilmenge	$A \subseteq B$
echte Teilmenge	$A \subsetneq B$
Schnittmenge	$A \cap B$

Asymptotisches Verhalten

Gegeben Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$.

Definition:

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ | \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} | \forall n \geq n_0 : f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$
$$\Omega(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ | \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} | \forall n \geq n_0 : c \cdot g(n) \leq f(n)\}$$
$$\Theta(g) = \mathcal{O}(g) \cap \Omega(g)$$

Nützliches fürs Aufgabenblatt

Theorem

1. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f \in \mathcal{O}(g), \mathcal{O}(f) \subsetneq \mathcal{O}(g)$.
2. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C > 0$ *(C konstant)* $\Rightarrow f \in \Theta(g)$.
3. $\frac{f(n)}{g(n)} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \infty \Rightarrow g \in \mathcal{O}(f), \mathcal{O}(g) \subsetneq \mathcal{O}(f)$.

Nützliches fürs Aufgabenblatt

Theorem

1. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f \in \mathcal{O}(g), \mathcal{O}(f) \subsetneq \mathcal{O}(g)$.
2. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C > 0$ *(C konstant)* $\Rightarrow f \in \Theta(g)$.
3. $\frac{f(n)}{g(n)} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \infty \Rightarrow g \in \mathcal{O}(f), \mathcal{O}(g) \subsetneq \mathcal{O}(f)$.

Beispiel

1. $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^2} = 0 \Rightarrow n \in \mathcal{O}(n^2), \mathcal{O}(n) \subsetneq \mathcal{O}(n^2)$.
2. $\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n} = 2 > 0 \Rightarrow 2n \in \Theta(n)$.
3. $\frac{n^2}{n} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \infty \Rightarrow n \in \mathcal{O}(n^2), \mathcal{O}(n) \subsetneq \mathcal{O}(n^2)$.

Eigenschaft

$$f_1 \in \mathcal{O}(g), f_2 \in \mathcal{O}(g) \Rightarrow f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(g)$$

Beispiele

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} | \; \exists c > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

$f(n)$	$f \in \mathcal{O}(?)$	Beispiel
$3n + 4$		
$2n$		
$n^2 + 100n$		
$n + \sqrt{n}$		

Beispiele

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} |\ \exists c > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

$f(n)$	$f \in \mathcal{O}(?)$	Beispiel
$3n + 4$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 4, n_0 = 4$
$2n$		
$n^2 + 100n$		
$n + \sqrt{n}$		

Beispiele

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} |\ \exists c > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

$f(n)$	$f \in \mathcal{O}(?)$	Beispiel
$3n + 4$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 4, n_0 = 4$
$2n$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 2, n_0 = 0$
$n^2 + 100n$		
$n + \sqrt{n}$		

Beispiele

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} |\ \exists c > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

$f(n)$	$f \in \mathcal{O}(?)$	Beispiel
$3n + 4$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 4, n_0 = 4$
$2n$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 2, n_0 = 0$
$n^2 + 100n$	$\mathcal{O}(n^2)$	$c = 2, n_0 = 100$
$n + \sqrt{n}$		

Beispiele

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} |\ \exists c > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

$f(n)$	$f \in \mathcal{O}(?)$	Beispiel
$3n + 4$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 4, n_0 = 4$
$2n$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 2, n_0 = 0$
$n^2 + 100n$	$\mathcal{O}(n^2)$	$c = 2, n_0 = 100$
$n + \sqrt{n}$	$\mathcal{O}(n)$	$c = 2, n_0 = 1$

Beispiele

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch:

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} \infty$!

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \infty$!

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\to} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$ ist korrekt

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\to} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$ ist korrekt

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\to} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$ ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\to} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$ ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$ ist falsch:

Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$ korrekt, aber ungenau:
  $n \in \mathcal{O}(n)$ und sogar $n \in \Theta(n)$.
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$ korrekt, aber unüblich:
  Konstanten weglasssen: $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$.
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$ ist falsch: $\frac{2n^2}{n} = 2n \underset{n\to\infty}{\rightarrow} \infty$!
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$ ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$ ist falsch: $n \notin \Omega(n^2) \supset \Theta(n^2)$

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$? ✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$? ✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$?

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓
$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓
$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$?	✓

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓
$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$?	✓
$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$?	

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓
$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$?	✓
$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$?	✗

Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$?	✓ besser $1 \in \mathcal{O}(1)$
$2n + 1 \in \Theta(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$?	✓
$\sqrt{n} \in \Omega(n)$?	✗
$n \in \Omega(\sqrt{n})$?	✓
$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$?	✓
$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$?	✓
$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$?	✗

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine!

1

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse n lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...[1]

Komplexität	(speed $\times 10$)	(speed $\times 100$)
$\log_2 n$		
n		
n^2		
2^n		

1

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse n lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...[1]

Komplexität	(speed $\times 10$)	(speed $\times 100$)
$\log_2 n$	$n \to n^{10}$	$n \to n^{100}$
n		
n^2		
2^n		

1

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse n lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...[1]

Komplexität	(speed $\times 10$)	(speed $\times 100$)
$\log_2 n$	$n \to n^{10}$	$n \to n^{100}$
n	$n \to 10 \cdot n$	$n \to 100 \cdot n$
n^2		
2^n		

1

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse n lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...[1]

Komplexität	(speed $\times 10$)	(speed $\times 100$)
$\log_2 n$	$n \to n^{10}$	$n \to n^{100}$
n	$n \to 10 \cdot n$	$n \to 100 \cdot n$
n^2	$n \to 3.16 \cdot n$	$n \to 10 \cdot n$
2^n		

1

Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse n lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...[1]

Komplexität	(speed $\times 10$)	(speed $\times 100$)
$\log_2 n$	$n \to n^{10}$	$n \to n^{100}$
n	$n \to 10 \cdot n$	$n \to 100 \cdot n$
n^2	$n \to 3.16 \cdot n$	$n \to 10 \cdot n$
2^n	$n \to n + 3.32$	$n \to n + 6.64$

[1] Um das zu sehen, setzt man jeweils $f(n') = c \cdot f(n)$ ($c = 10$ oder $c = 100$) und löst nach n' auf.

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

```
void run(int n){
  for (int i = 1; i<n; ++i)
    for (int j = 1; j<n; ++j)
      op();
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

```
void run(int n){
  for (int i = 1; i<n; ++i)
    for (int j = i; j<n; ++j)
      op();
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

```
void run(int n){
  for (int i = 1; i<n; ++i){
    op();
    for (int j = i; j<n; ++j)
      op();
    }
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

```
void run(int n){
  for(int i = 1; i <= n; ++i)
    for(int j = 1; j*j <= n; ++j)
      for(int k = n; k >= 2; --k)
        op();
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

2. In-class Exercise (Code-Expert)

Wichtige Vorbereitung für das nächste grosse Thema