Informatik II

Übung 2

FS 2020

Heutiges Programm

1. Feedback letzte Übung
2. Python
3. Vorbereitung Theorie

1. Feedback letzte Übung

2. Python

Online-Übungen in Code-Expert In-Class Exercises

3. Vorbereitung Theorie

Für die nächsten Vorlesungen benötigt

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = ?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?

Intuition

$$1 + ... + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + ... + (50 + 51)$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?

Intuition

$$1 + ... + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + ... + (50 + 51)$$

Formaler?

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = ?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow 2 \cdot \sum_{i=0}^{n} i &= \sum_{i=0}^{n} i + \sum_{i=0}^{n}(n-i) \\
&= \sum_{i=0}^{n}\left(i + (n-i)\right) = \sum_{i=0}^{n} n = (n+1) \cdot n
\end{aligned}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2 \cdot \sum_{i=0}^{n} i &= \sum_{i=0}^{n} i + \sum_{i=0}^{n}(n-i) \\ &= \sum_{i=0}^{n}\left(i + (n-i)\right) = \sum_{i=0}^{n} n = (n+1) \cdot n\end{aligned}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = ?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+2)}{2}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+2)}{2}$$

Das muss man nicht auswendig wissen. Aber man sollte wissen, dass es ein Polynom dritten Grades in n ist

[Summen]

Wie kommt man darauf?

[Summen]

Wie kommt man darauf? Interessanter Trick: Einerseits

$$\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = \sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=0}^{n-1} i^3 = n^3,$$

[Summen]

Wie kommt man darauf? Interessanter Trick: Einerseits

$$\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = \sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=0}^{n-1} i^3 = n^3,$$

andererseits

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 &= \sum_{i=1}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 \\ &= \sum_{i=1}^{n} i^3 - (i-1)^3 = \sum_{i=1}^{n} 3 \cdot i^2 - 3 \cdot i + 1\end{aligned}$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = ?$$

$$\frac{a^x}{a^y} = ?$$

$$a^{x \cdot y} = ?$$

$$\log_b x = ?$$

$$\log_a (x \cdot y) = ?$$

$$\log_a \frac{x}{y} = ?$$

$$\log_a x^y = ?$$

$$\log_a n! = ?$$

$$a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) = ?$$

$$\frac{a^x}{a^y} = ? \qquad \log_a \frac{x}{y} = ?$$

$$a^{x \cdot y} = ? \qquad \log_a x^y = ?$$

$$\log_a n! = ?$$

$$\log_b x = ? \qquad a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^{x \cdot y} =?$$

$$\log_b x =?$$

$$\log_a (x \cdot y) =?$$

$$\log_a \frac{x}{y} =?$$

$$\log_a x^y =?$$

$$\log_a n! =?$$

$$a^{\log_b x} =?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y$$

$$\log_b x = ?$$

$$\log_a (x \cdot y) = ?$$

$$\log_a \frac{x}{y} = ?$$

$$\log_a x^y = ?$$

$$\log_a n! = ?$$

$$a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) =?$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \log_a \frac{x}{y} =?$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y \qquad \log_a x^y =?$$

$$\log_a n! =?$$

$$\log_b x =? \qquad a^{\log_b x} =?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \log_a \frac{x}{y} =?$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y \qquad \log_a x^y =?$$

$$\log_a n! =?$$

$$\log_b x =? \qquad a^{\log_b x} =?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y \qquad \log_a x^y = ?$$

$$\log_a n! = ?$$

$$\log_b x = ? \qquad a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y \qquad \log_a x^y = y \log_a x$$

$$\log_a n! = ?$$

$$\log_b x = ? \qquad a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y \qquad \log_a x^y = y \log_a x$$

$$\log_a n! = \sum_{i=1}^{n} \log i$$

$$\log_b x = ? \qquad a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \log_a x$$

$$\log_a n! = \sum_{i=1}^{n} \log i$$

$$\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$$

$$a^{\log_b x} = ?$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \log_a x$$

$$\log_a n! = \sum_{i=1}^{n} \log i$$

$$\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$$

$$a^{\log_b x} = x^{\log_b a}$$

Exponenten und Logarithmen

$$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y \quad (a > 0, y > 0)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^{x \cdot y} = (a^x)^y$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \log_a x$$

$$\log_a n! = \sum_{i=1}^{n} \log i$$

$$\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$$

$$a^{\log_b x} = x^{\log_b a}$$

Letzteres sieht man durch Einsetzen von $x \to a^{\log_a x}$

Vergleiche

$$\frac{n^2}{2^n} \xrightarrow[n \to \infty]{} ?$$

Vergleiche

$$\frac{n^2}{2^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Vergleiche

$$\frac{n^{10000}}{2^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} ?$$

Vergleiche

$$\frac{n^{10000}}{2^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Vergleiche

$d > 1, c > 0$

$$\frac{n^c}{d^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} ?$$

Vergleiche

$d > 1, c > 0$

$$\frac{n^c}{d^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Vergleiche

$d > 1, c > 0$

$$\frac{n^c}{d^n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

denn

$$\frac{n^c}{d^n} = \frac{2^{\log_2 n^c}}{2^{\log_2 d^n}} = 2^{c\cdot\log_2 n - n\log_2 d}$$

Vergleiche

$$\frac{n}{\log n} \xrightarrow[n \to \infty]{} ?$$

Vergleiche

$$\frac{n}{\log n} \xrightarrow[n\to\infty]{} \infty$$

Vergleiche

$$\frac{n \log n}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} ?$$

Vergleiche

$$\frac{n \log n}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} \infty$$

Vergleiche

$$\frac{\log_2 n^2}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n \to \infty]{} ?$$

Vergleiche

$$\frac{\log_2 n^2}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Vergleiche

$$\frac{\log_2 n^2}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

$$\begin{aligned}
\log_2 n^2 &= 2\log_2 n \\
\sqrt{n} &= n^{1/2} = 2^{\log_2 n^{1/2}} = \left(\sqrt{2}\right)^{\log_2 n} \\
\frac{\log n^2}{\sqrt{n}} &= 2\frac{\log_2 n}{(\sqrt{2})^{\log_2 n}}
\end{aligned}$$

verhält sich wegen $\log_2 n \to \infty$ für $n \to \infty$ wie $2\frac{n}{(\sqrt{2})^n}$

Fragen oder Anregungen?