

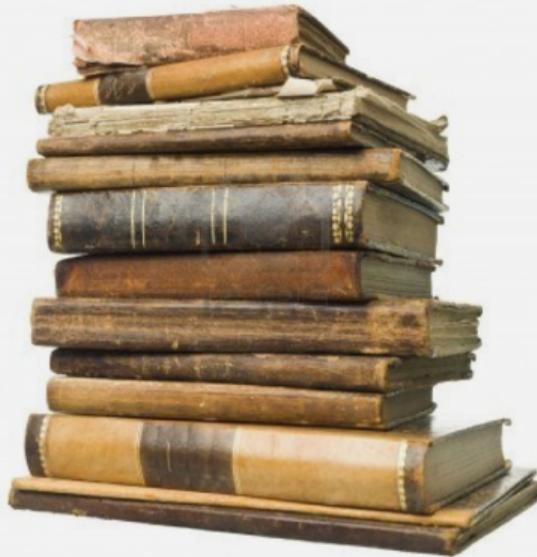
16. Dynamische Datenstrukturen

Verkettete Listen, Abstrakte Datentypen Stapel, Warteschlange

Datenstrukturen

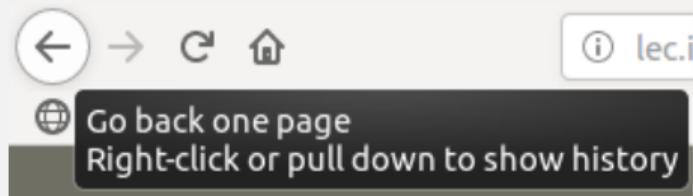
Eine Datenstruktur *organisiert Daten* so in einem Computer, dass man sie *effizient nutzen* kann.

Motivation: Stapel



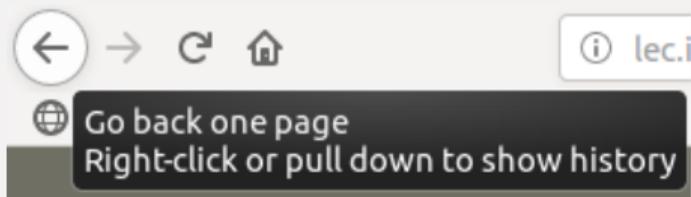
Beispiele zur Verwendung eines Stapels

- Webseiten Besuch (Back-Button)



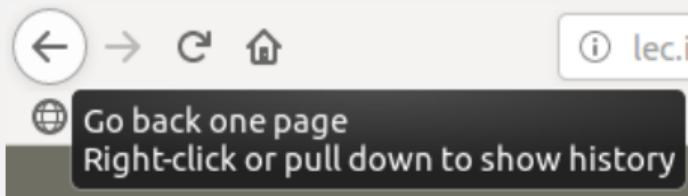
Beispiele zur Verwendung eines Stapels

- Webseiten Besuch (Back-Button)
- Undo-Funktion im Texteditor



Beispiele zur Verwendung eines Stapels

- Webseiten Besuch (Back-Button)
- Undo-Funktion im Texteditor
- Rechner (mit Suffix Notation)

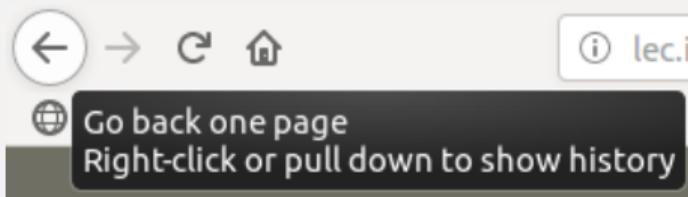


$$3 \ 5 \ 2 \ * \ + \ = \ 3 \ + \ (5 \ * \ 2) \ = \ 13$$

*	2
+	5
	3

Beispiele zur Verwendung eines Stapels

- Webseiten Besuch (Back-Button)
- Undo-Funktion im Texteditor
- Rechner (mit Suffix Notation)



$$3 \ 5 \ 2 \ * \ + \ = \ 3 \ + \ (5 \ * \ 2) \ = \ 13$$

*	2
+	5
	3

- Datenstruktur geeignet für eine Einführung in einer Vorlesung wie dieser 😊

Stapel Operationen

3
5
1
2

Stapel Operationen



Stapel Operationen

3
5
1
2

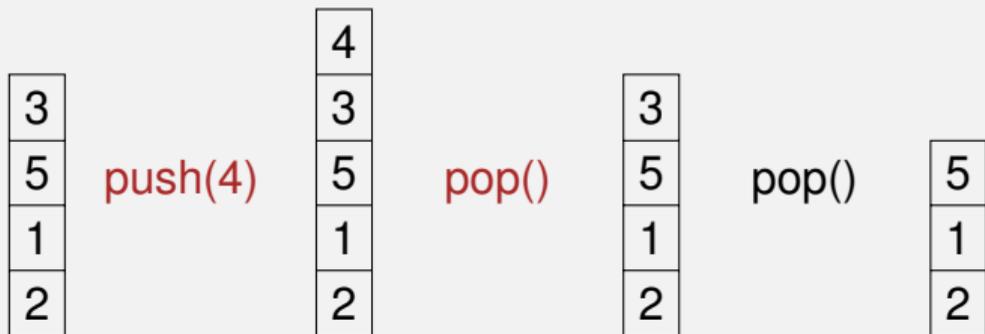
push(4)

4
3
5
1
2

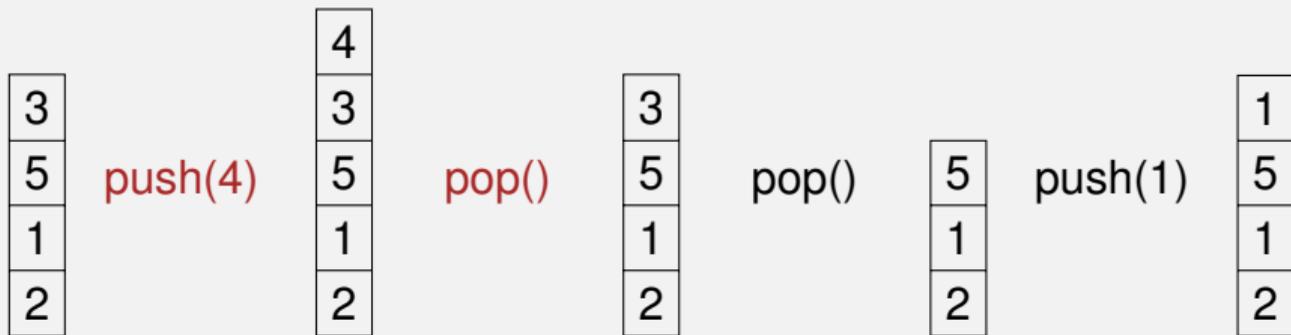
pop()

3
5
1
2

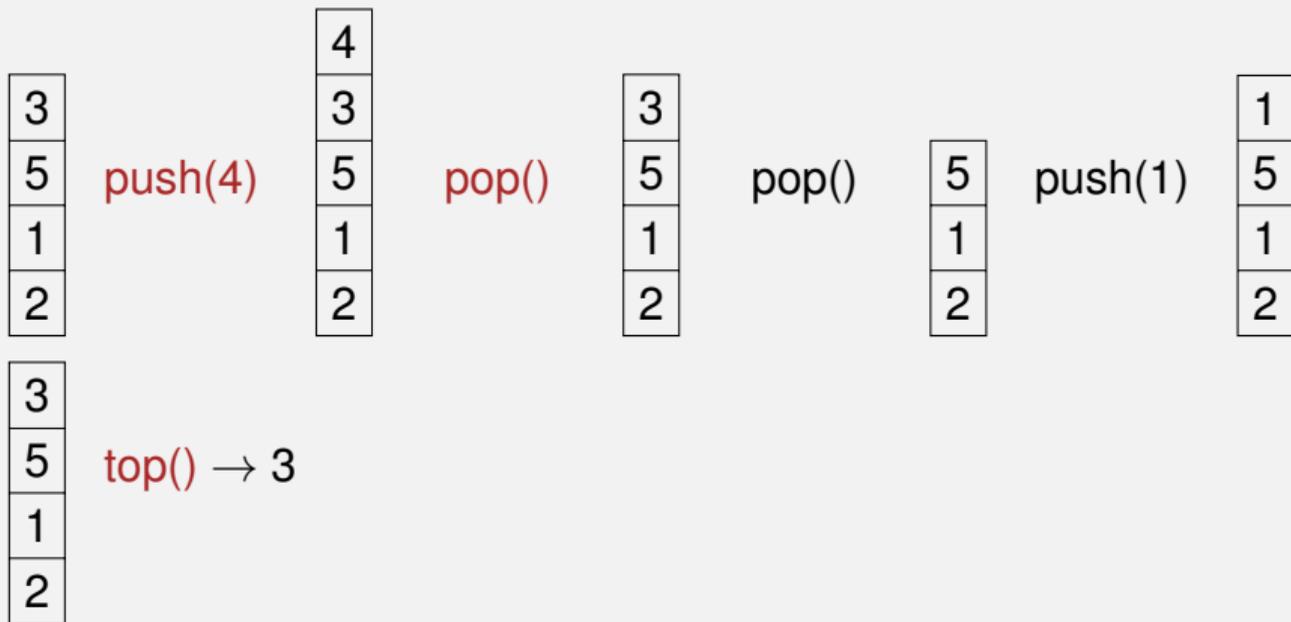
Stapel Operationen



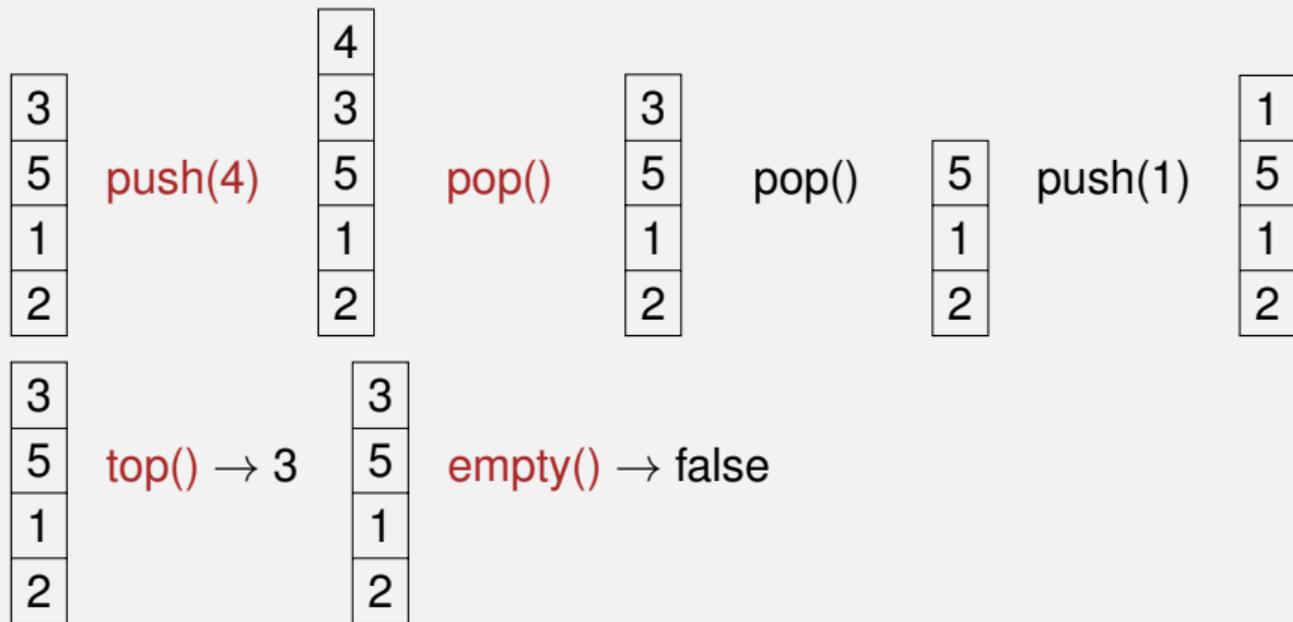
Stapel Operationen



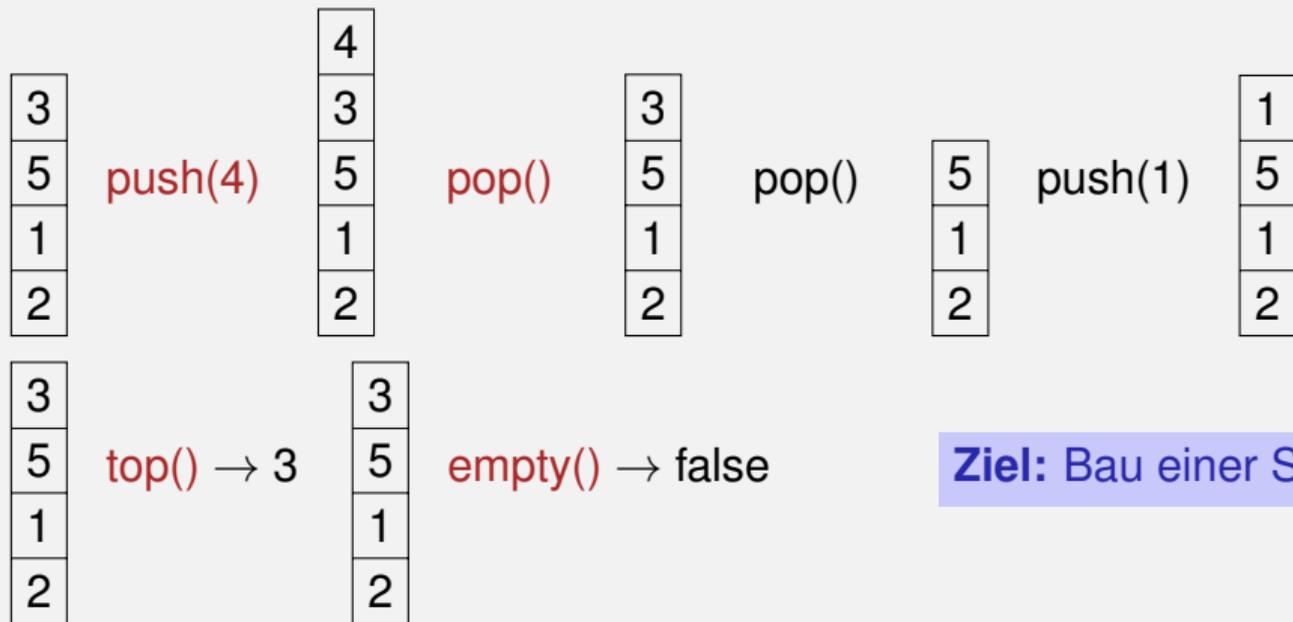
Stapel Operationen



Stapel Operationen (push, pop, top, empty)

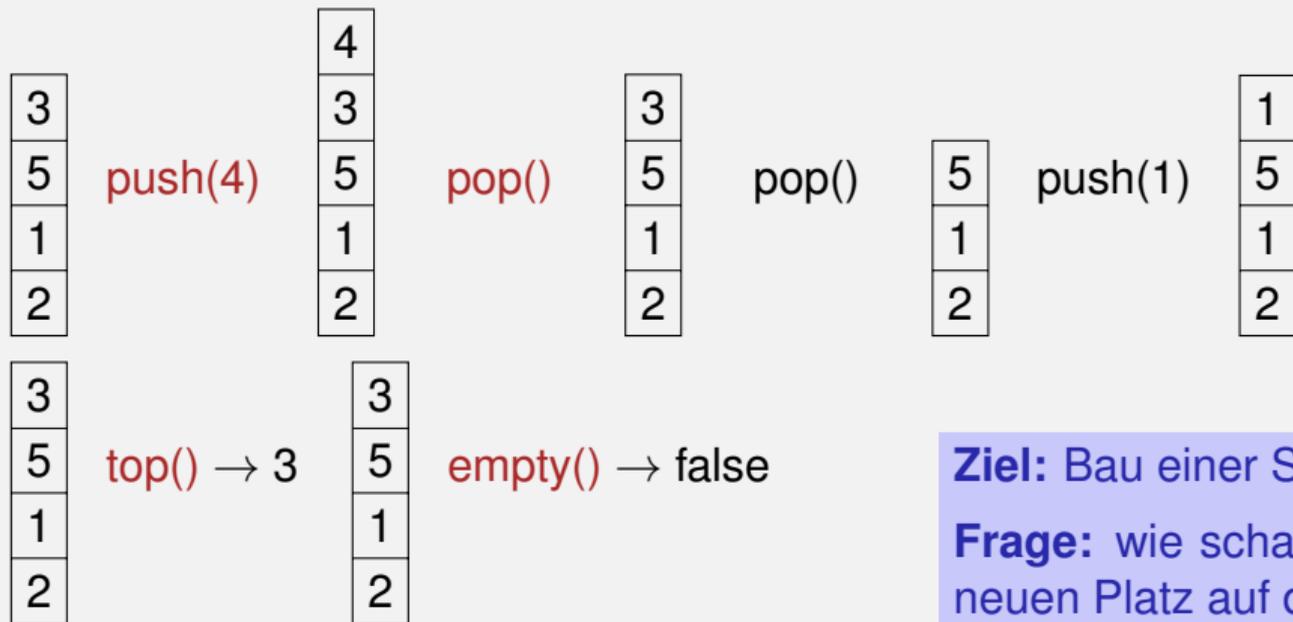


Stapel Operationen (push, pop, top, empty)



Ziel: Bau einer Stapel-Klasse!

Stapel Operationen (push, pop, top, empty)



Ziel: Bau einer Stapel-Klasse!

Frage: wie schaffen wir bei push neuen Platz auf dem Stapel?

Wir brauchen einen neuen Container!

Container bisher: `Array (T [])`

Wir brauchen einen neuen Container!

Container bisher: Array ($T[]$)

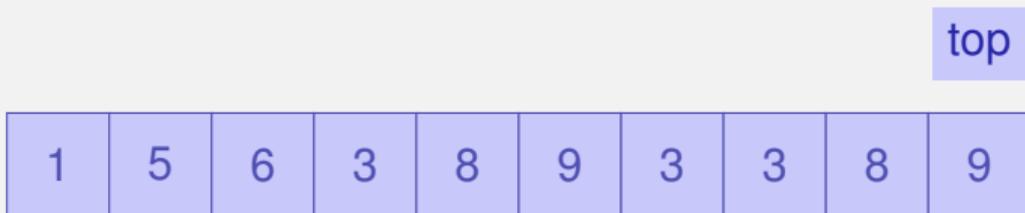
- Zusammenhängender Speicherbereich, wahlfreier Zugriff (auf i -tes Element)

1	5	6	3	8	9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Wir brauchen einen neuen Container!

Container bisher: Array ($T[]$)

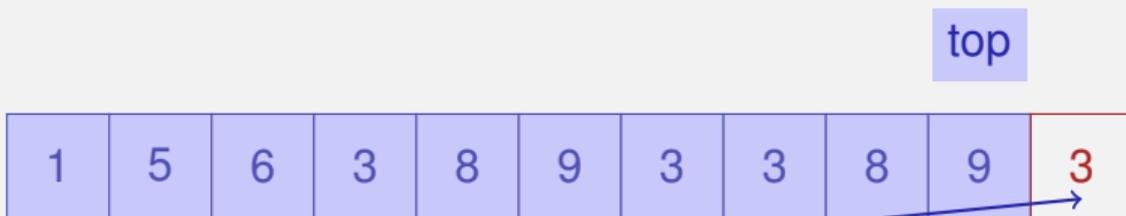
- Zusammenhängender Speicherbereich, wahlfreier Zugriff (auf i -tes Element)
- Simulation eines Stapels durch ein Array?



Wir brauchen einen neuen Container!

Container bisher: Array ($T[]$)

- Zusammenhängender Speicherbereich, wahlfreier Zugriff (auf i -tes Element)
- Simulation eines Stapels durch ein Array?
- Nein, irgendwann ist das Array “voll.”



Hier kein `push(3)` möglich!

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.

1	5	6	3	8	9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

↑
8

Wollen wir hier einfügen, müssen wir alles rechts davon verschieben (falls da überhaupt noch Platz ist!)

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.

1	5	6	3	8		9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---

↑
8

Wollen wir hier einfügen, müssen wir alles rechts davon verschieben (falls da überhaupt noch Platz ist!)

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.

1	5	6	3	8	8	9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Wollen wir hier einfügen, müssen wir alles rechts davon verschieben (falls da überhaupt noch Platz ist!)

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.

1	5	6	3	8	8	9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Wollen wir hier löschen,
müssen wir alles rechts
davon verschieben

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.



Wollen wir hier löschen,
müssen wir alles rechts
davon verschieben

Arrays können wirklich nicht alles...

- Einfügen oder Löschen von Elementen „in der Mitte“ ist aufwändig.

1	5	6	8	8	9	3	3	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Wollen wir hier löschen,
müssen wir alles rechts
davon verschieben

Der neue Container: Verkettete Liste

- *Kein* zusammenhängender Speicherbereich und *kein* wahlfreier Zugriff



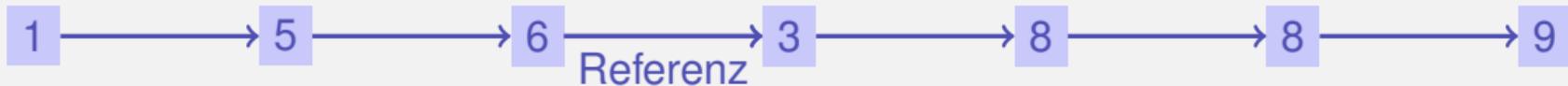
Der neue Container: Verkettete Liste

- *Kein* zusammenhängender Speicherbereich und *kein* wahlfreier Zugriff
- Jedes Element “kennt” seinen Nachfolger



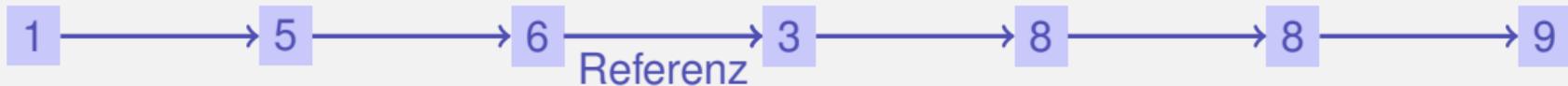
Der neue Container: Verkettete Liste

- *Kein* zusammenhängender Speicherbereich und *kein* wahlfreier Zugriff
- Jedes Element “kennt” seinen Nachfolger



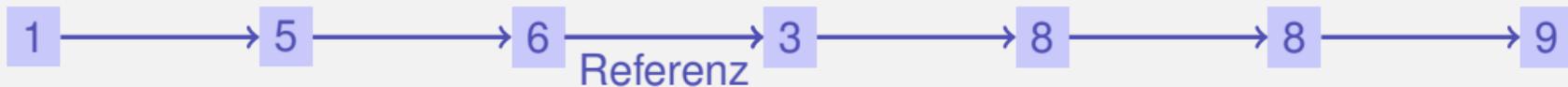
Der neue Container: Verkettete Liste

- *Kein* zusammenhängender Speicherbereich und *kein* wahlfreier Zugriff
- Jedes Element “kennt” seinen Nachfolger
- Einfügen und Löschen beliebiger Elemente ist einfach, *auch am Anfang der Liste*



Der neue Container: Verkettete Liste

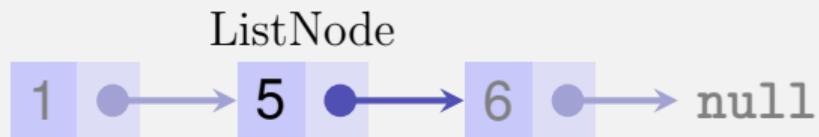
- *Kein* zusammenhängender Speicherbereich und *kein* wahlfreier Zugriff
- Jedes Element “kennt” seinen Nachfolger
- Einfügen und Löschen beliebiger Elemente ist einfach, *auch am Anfang der Liste*
- \Rightarrow Ein Stapel kann als verkettete Liste realisiert werden



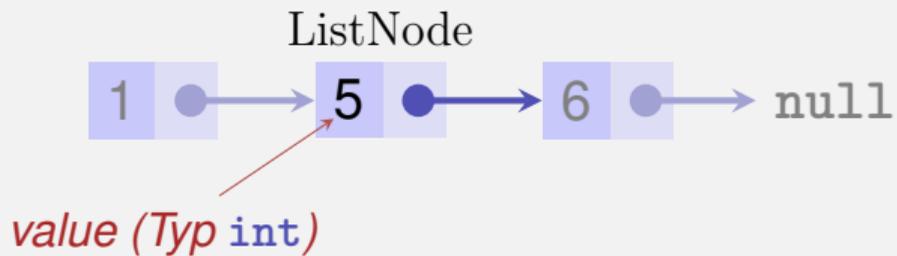
Verkettete Liste: Zoom



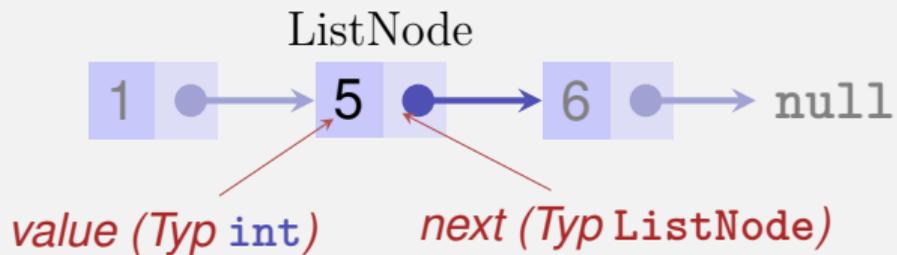
Verkettete Liste: Zoom



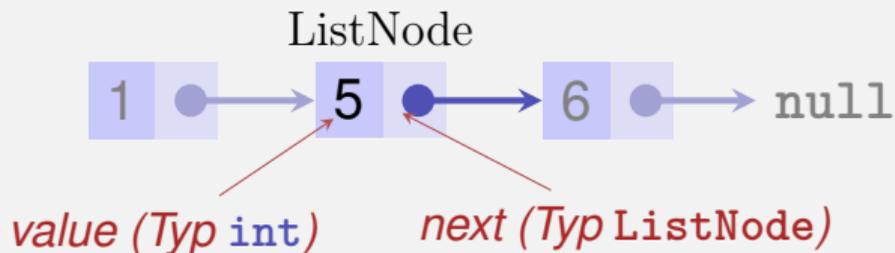
Verkettete Liste: Zoom



Verkettete Liste: Zoom



Verkettete Liste: Zoom



```
class ListNode {  
    int value;  
    ListNode next;  
  
    ListNode (int value, ListNode next){  
        this.value = value;  
        this.next = next;  
    }  
}
```

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

- `s.push(x)`: Legt Element `x` auf den Stapel `s`.

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

- `s.push(x)`: Legt Element `x` auf den Stapel `s`.
- `s.pop()`: Entfernt und liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

- `s.push(x)`: Legt Element `x` auf den Stapel `s`.
- `s.pop()`: Entfernt und liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).
- `s.top()`: Liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

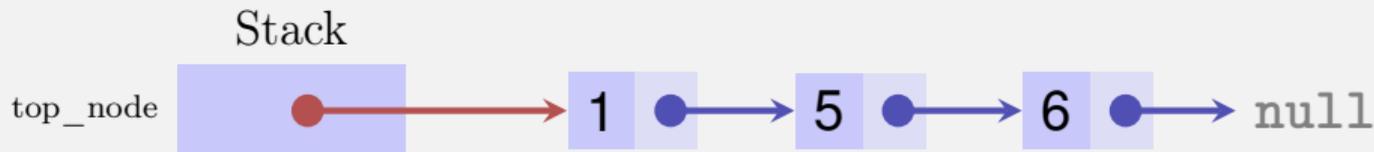
- `s.push(x)`: Legt Element `x` auf den Stapel `s`.
- `s.pop()`: Entfernt und liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).
- `s.top()`: Liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).
- `s.empty()`: Liefert `true` wenn Stack `s` leer, sonst `false`.

Abstrakte Datentypen

Ein *Stack* ist ein abstrakter Datentyp (ADT) mit Operationen

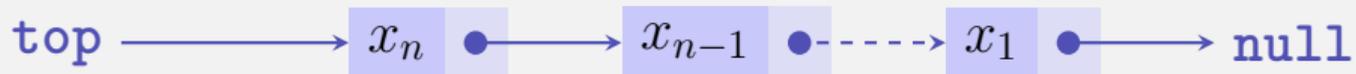
- `s.push(x)`: Legt Element `x` auf den Stapel `s`.
- `s.pop()`: Entfernt und liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).
- `s.top()`: Liefert oberstes Element von `s`, oder `null` (oder Fehlermeldung).
- `s.empty()`: Liefert `true` wenn Stack `s` leer, sonst `false`.
- `new Stack()`: Liefert einen leeren Stack.

Stapel = Referenz aufs oberste Element



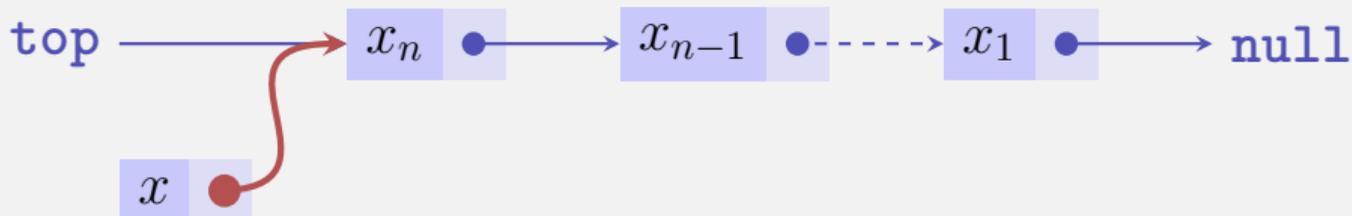
```
public class Stack {  
    private ListNode top_node;  
    public void push (int value) {...}  
    public int pop() {...}  
    public int top() {...}  
    public boolean empty {...}  
};
```

Implementation push



`push(x):`

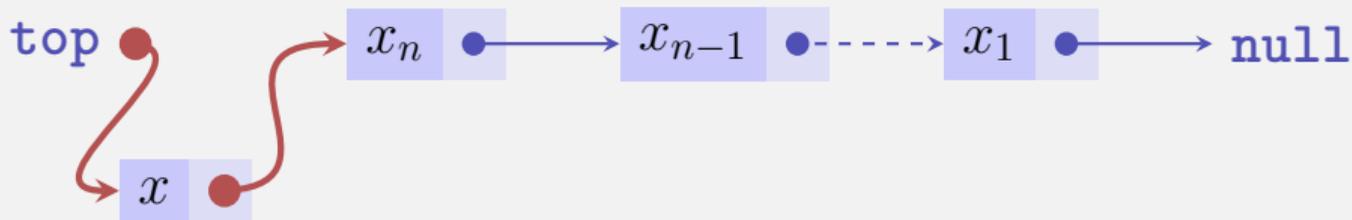
Implementation push



`push(x):`

- 1 Erzeuge neues Listenelement mit x und Referenz auf den Wert von `top`.

Implementation push



push(x):

- 1 Erzeuge neues Listenelement mit x und Referenz auf den Wert von top.
- 2 Setze top auf den Knoten mit x .

Implementation push in Java

```
public class Stack{  
    private ListNode top_node;  
    ...  
    public void push (int value){  
        top_node = new ListNode (value, top_node);  
    }  
}
```

push(4);

top_node



Implementation push in Java

```
public class Stack{  
    private ListNode top_node;  
    ...  
    public void push (int value){  
        top_node = new ListNode (value, top_node);  
    }  
}
```

push(4);

top_node



Implementation push in Java

```
public class Stack{  
    private ListNode top_node;  
    ...  
    public void push (int value){  
        top_node = new ListNode (value, top_node);  
    }  
}
```

push(4);

top_node

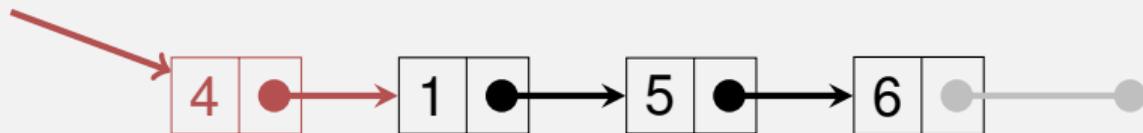


Implementation push in Java

```
public class Stack{  
    private ListNode top_node;  
    ...  
    public void push (int value){  
        top_node = new ListNode (value, top_node);  
    }  
}
```

push(4);

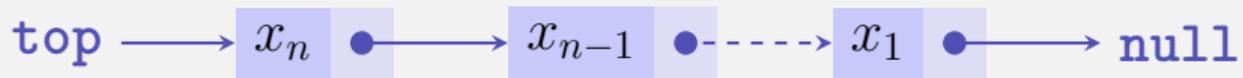
top_node



Implementation empty in Java

```
public class Stack{  
    private ListNode top_node;  
    ...  
  
    public boolean empty(){  
        return top_node == null;  
    }  
}
```

Implementation pop



`s.pop()`:

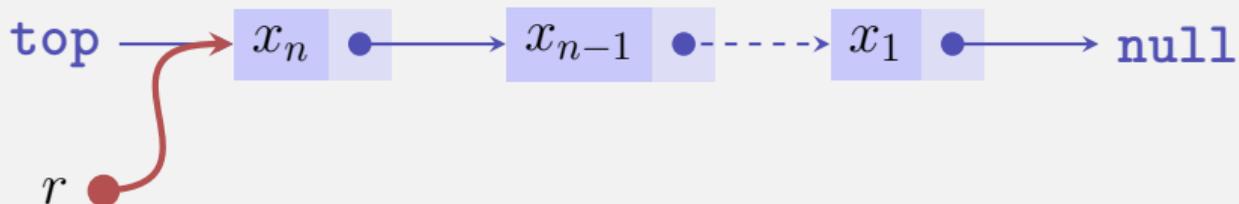
Implementation pop



`s.pop()`:

- 1 Ist `top=null`, dann gib `null` zurück (oder Fehlermeldung).

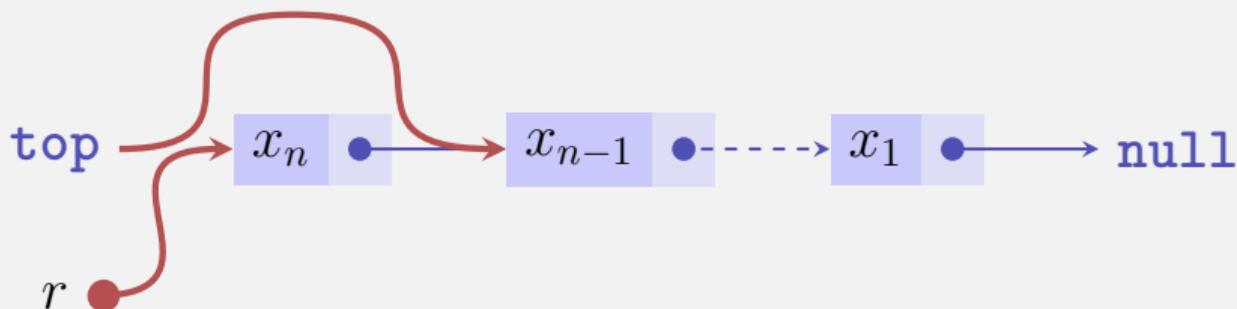
Implementation pop



`s.pop()`:

- 1 Ist `top=null`, dann gib `null` zurück (oder Fehlermeldung).
- 2 Andernfalls merke Referenz `p` von `top` in Hilfsvariable `r`.

Implementation pop



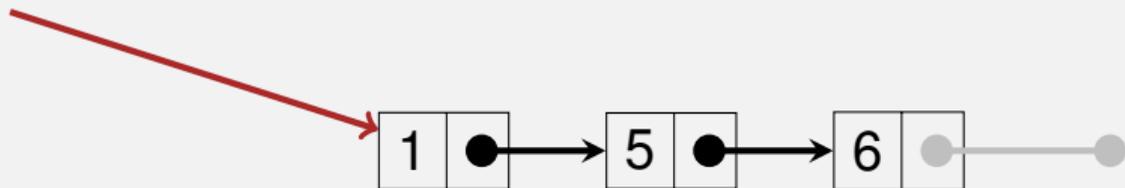
`s.pop()`:

- 1 Ist `top=null`, dann gib `null` zurück (oder Fehlermeldung).
- 2 Andernfalls merke Referenz `p` von `top` in Hilfsvariable `r`.
- 3 Setze `top` auf `p.next` und gib `r` zurück

Implementation pop in Java

```
public int pop()
{
    assert (!empty());
    ListNode p = top_node;
    top_node = top_node.next;
    return p.value;
}
```

top_node



Implementation pop in Java

```
public int pop()
{
    assert (!empty());
    ListNode p = top_node;
    top_node = top_node.next;
    return p.value;
}
```

top_node

p



Implementation pop in Java

```
public int pop()
{
    assert (!empty());
    ListNode p = top_node;
    top_node = top_node.next;
    return p.value;
}
```

top_node

p



Implementation pop in Java

```
public int pop()
{
    assert (!empty());
    ListNode p = top_node;
    top_node = top_node.next;
    return p.value;
}
```

top_node

p



Implementation pop in Java

```
public int pop()
{
    assert (!empty());
    ListNode p = top_node;
    top_node = top_node.next;
    return p.value;
}
```

top_node

p



Weiteres Beispiel: Sortierte Verkettete Liste

Erwünschte Funktionalität:

- (Sortierte) Ausgabe
- Hinzufügen eines Wertes
- (Suchen eines Wertes)
- Entfernen eines Wertes

Da wollen wir hin

```
public class SortedList{
    ListNode head = null;

    // insert value in a sorted way
    public void insert(int value){ ... }

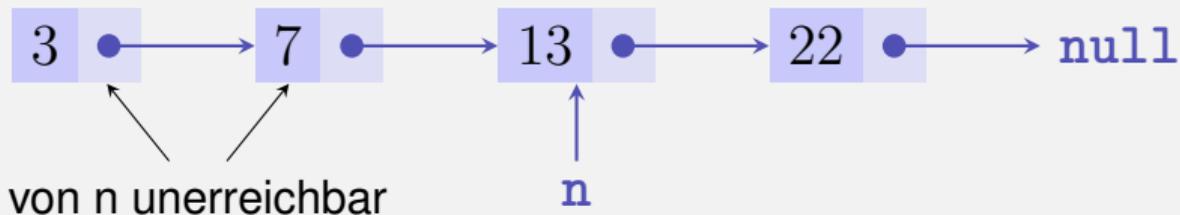
    // remove value if in list, return if value was found in list
    public boolean remove(int value){ ... }

    // output list values element by element
    public void output(){ ... }
}
```

ListNode

```
class ListNode{
    int value;
    ListNode next;

    ListNode (int value, ListNode next){
        this.value = value;
        this.next = next;
    }
}
```



output

```
public class SortedList{
    ListNode head = null;
    ...
    // output list values element by element, starting from head
    public void output(){
        ListNode n = head;
        while (n != null){
            Out.print(n.value + " -> ");
            n = n.next;
        }
        Out.println("NIL");
    }
}
```

Invarianten!

n

Für eine Referenz n auf einen Knoten in einer sortierten Liste gilt

Invarianten!

↑
`n`

Für eine Referenz `n` auf einen Knoten in einer sortierten Liste gilt

■ entweder `n = null`,

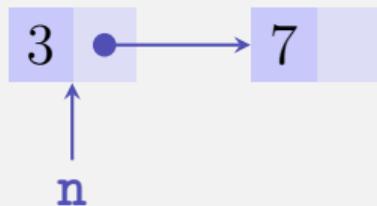
Invarianten!



Für eine Referenz `n` auf einen Knoten in einer sortierten Liste gilt

- entweder `n = null`,
- oder `n.next = null`,

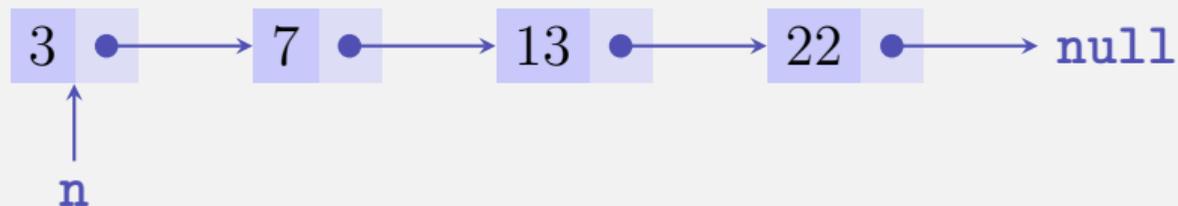
Invarianten!



Für eine Referenz `n` auf einen Knoten in einer sortierten Liste gilt

- entweder `n = null`,
- oder `n.next = null`,
- oder `n.next ≠ null` und `n.value ≤ n.next.value`.

Invarianten!



Für eine Referenz `n` auf einen Knoten in einer sortierten Liste gilt

- entweder `n = null`,
- oder `n.next = null`,
- oder `n.next ≠ null` und `n.value ≤ n.next.value`.

Invarianten: Einfügen von x

- (a) Liste ist leer oder
- (b) $x \leq n.value$ für alle Knoten n
- (c) $x > n.value$ für alle Knoten n
- (d) Es gibt einen Knoten n mit Nachfolger m , so dass
 $x > n.value$ und $x \leq m.value$

Entwicklung des folgenden Codes live in der Vorlesung

Einfügen

```
// insert value in a sorted way (sorted increasingly by value)
public void insert(int value){
    if (head == null || value <= head.value){ // (a) or (b)
        head = new ListNode(value, head);
    }
    else { // (c), (d)
        ListNode n = head;
        ListNode prev = null;
        while (n != null && value > n.value){
            prev = n;
            n = n.next;
        }
        prev.next = new ListNode(value, n);
    }
}
```

Zusammenfassen

```
// insert value in a sorted way (sorted increasingly by value)
public void insert(int value){
    ListNode n = head;
    ListNode prev = null;
    while (n != null && value > n.value){
        prev = n;
        n = n.next;
    }
    if (prev == null){
        head = new ListNode(value, n);
    } else {
        prev.setNext(new ListNode(value,n));
    }
}
```

Invarianten: Löschen von x

- (a) x ist nicht enthalten
- (b) x ist das erste Element (head)
- (c) x hat einen Vorgänger

Löschen

```
public boolean remove(int value){
    ListNode n = head;
    ListNode prev = null;
    while (n != null && value != n.value) {
        prev = n; n = n.next;
    }
    if (n == null) { // (a)
        return false;
    } else if (prev == null){ // (b)
        head = head.next;
    } else { // (c)
        prev.setNext(n.next);
    }
    return true;
}
```

Queue (Schlange / Warteschlange / FIFO)

Queue ist ein ADT mit folgenden Operationen:

- `q.enqueue(x)`: fügt `x` am *Ende* der Schlange `q` an.

Queue (Schlange / Warteschlange / FIFO)

Queue ist ein ADT mit folgenden Operationen:

- `q.enqueue(x)`: fügt `x` am *Ende* der Schlange `q` an.
- `q.dequeue()`: entfernt `x` vom *Anfang* der Schlange und gibt `x` zurück (`null` (oder Fehlermeldung) sonst.)

Queue (Schlange / Warteschlange / FIFO)

Queue ist ein ADT mit folgenden Operationen:

- `q.enqueue(x)`: fügt `x` am *Ende* der Schlange `q` an.
- `q.dequeue()`: entfernt `x` vom *Anfang* der Schlange und gibt `x` zurück (`null` (oder Fehlermeldung) sonst.)
- `q.empty()`: liefert `true` wenn Queue leer, sonst `false`.

Queue (Schlange / Warteschlange / FIFO)

Queue ist ein ADT mit folgenden Operationen:

- `q.enqueue(x)`: fügt `x` am *Ende* der Schlange `q` an.
- `q.dequeue()`: entfernt `x` vom *Anfang* der Schlange und gibt `x` zurück (`null` (oder Fehlermeldung) sonst.)
- `q.empty()`: liefert `true` wenn Queue leer, sonst `false`.

Queue (Schlange / Warteschlange / FIFO)

Queue ist ein ADT mit folgenden Operationen:

- `q.enqueue(x)`: fügt `x` am *Ende* der Schlange `q` an.
- `q.dequeue()`: entfernt `x` vom *Anfang* der Schlange und gibt `x` zurück (`null` (oder Fehlermeldung) sonst.)
- `q.empty()`: liefert `true` wenn Queue leer, sonst `false`.

First In First Out: Das, was zuerst hineinkommt, kommt zuerst wieder heraus. (Implementation: in der Übung)