

# Datenstrukturen und Algorithmen

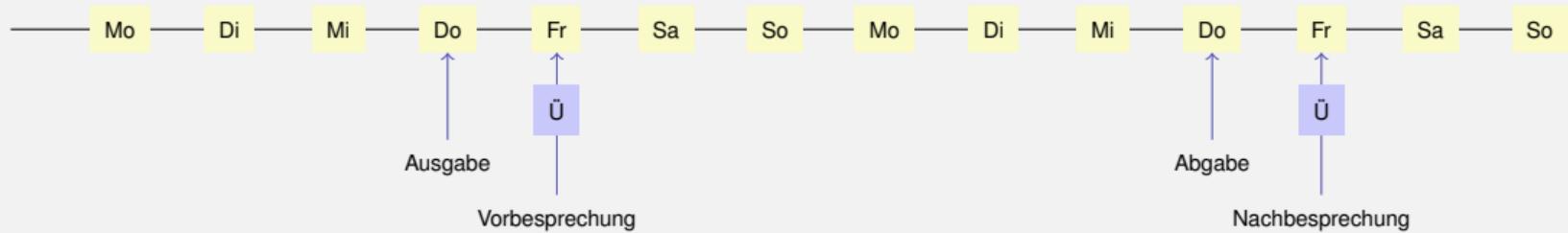
## Übung 1

FS 2019

# Programm von heute

- 1 Ablauf der Übungen
- 2 Wiederholung Theorie
  - Asymptotische Laufzeit
- 3 Programmieraufgabe

# Ablauf des Übungsbetriebes





## **2. Wiederholung Theorie**

# Warm-up

- Was ist ein Problem?

# Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?

# Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?
  - wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.

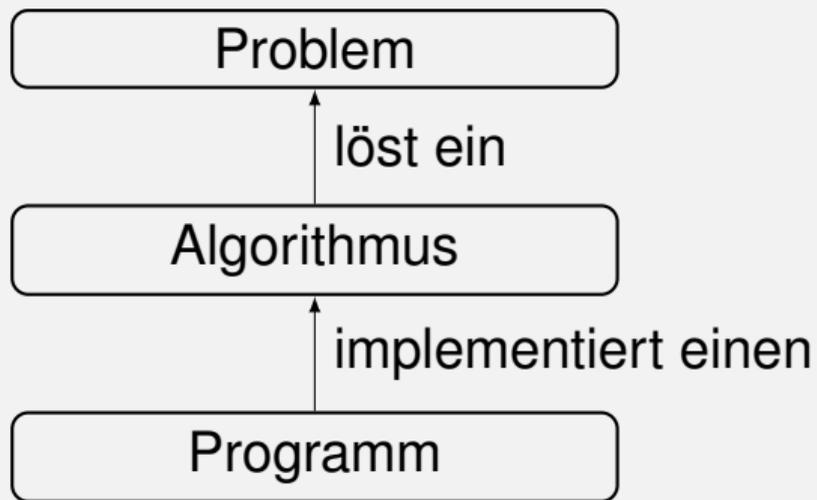
# Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?
  - wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.
- Was ist ein Programm?

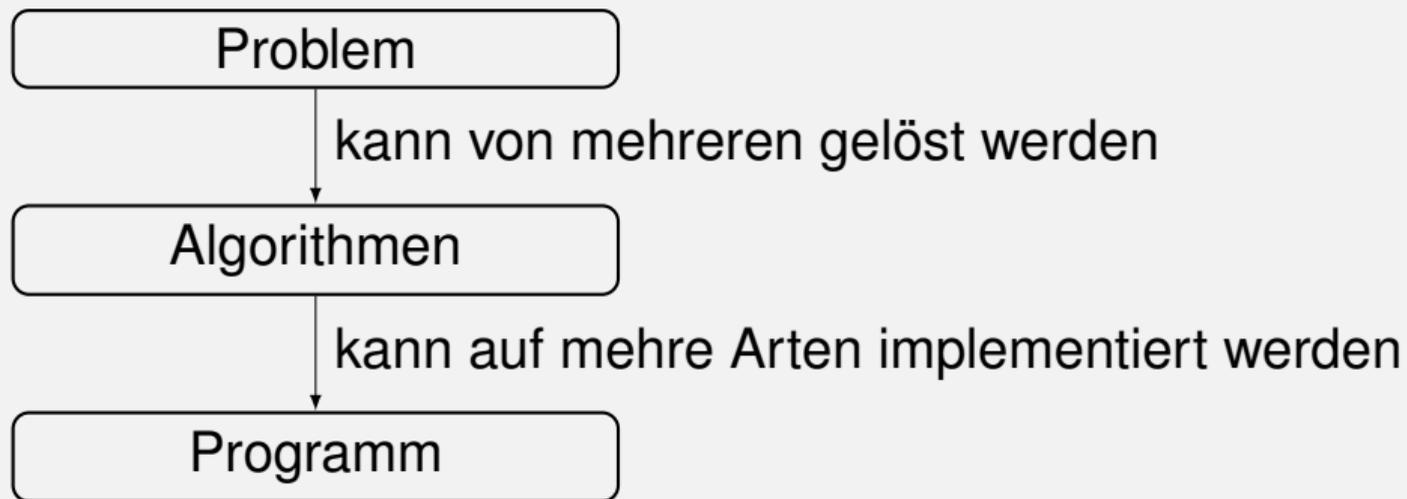
# Warm-up

- Was ist ein Problem?
- Was ist ein Algorithmus?
  - wohldefinierte Berechnungsvorschrift, welche aus Eingabedaten (input) Ausgabedaten (output) berechnet.
- Was ist ein Programm?
  - Konkrete Implementation eines Algorithmus.

# Warm-up



# Warm-up



# Effizienz

Problem	Komplexität	Minimale (asymptotische) Kosten über alle Algorithmen, die das Problem lösen.
Algorithmus	Kosten	Anzahl Elementaroperationen
Programm	Laufzeit	Messbarer Wert auf einer konkreten Maschine.

# Effizienz

Problem	Komplexität	Minimale (asymptotische) Kosten über alle Algorithmen, die das Problem lösen.
Algorithmus	Kosten	Anzahl Elementaroperationen
Programm	Laufzeit	Messbarer Wert auf einer konkreten Maschine.

- Abschätzen von *Kosten* oder *Laufzeit* abhängig von der Eingabegrösse  $n$ .

# Asymptotisches Verhalten

- Was sind  $\Omega(g(n))$ ,  $\Theta(g(n))$ ,  $\mathcal{O}(g(n))$ ?

# Asymptotisches Verhalten

- Was sind  $\Omega(g(n))$ ,  $\Theta(g(n))$ ,  $\mathcal{O}(g(n))$ ?
- Mengen von Funktionen!

# Asymptotisches Verhalten

■ Was sind  $\Omega(g(n))$ ,  $\Theta(g(n))$ ,  $\mathcal{O}(g(n))$ ?

→ Mengen von Funktionen!

Wiederholung, Mengen  $A, B$ :

Teilmenge  $A \subseteq B$

echte Teilmenge  $A \subsetneq B$

Schnittmenge  $A \cap B$

# Asymptotisches Verhalten

Gegeben Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ .

Definition:

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n) \forall n \geq n_0\}$$

$$\Omega(g) = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} : 0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n) \forall n \geq n_0\}$$

$$\Theta(g) = \mathcal{O}(g) \cap \Omega(g)$$

# Nützliches für Aufgabenblatt

## Theorem

- 1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f \in \mathcal{O}(g), \mathcal{O}(f) \subsetneq \mathcal{O}(g).$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C > 0$  ( $C$  konstant)  $\Rightarrow f \in \Theta(g).$
- 3  $\frac{f(n)}{g(n)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \Rightarrow g \in \mathcal{O}(f), \mathcal{O}(g) \subsetneq \mathcal{O}(f).$

# Nützliches für Aufgabenblatt

## Theorem

- 1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f \in \mathcal{O}(g), \mathcal{O}(f) \subsetneq \mathcal{O}(g).$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C > 0$  ( $C$  konstant)  $\Rightarrow f \in \Theta(g).$
- 3  $\frac{f(n)}{g(n)} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \infty \Rightarrow g \in \mathcal{O}(f), \mathcal{O}(g) \subsetneq \mathcal{O}(f).$

## Beispiel

- 1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} = 0 \Rightarrow n \in \mathcal{O}(n^2), \mathcal{O}(n) \subsetneq \mathcal{O}(n^2).$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n} = 2 > 0 \Rightarrow 2n \in \Theta(n).$
- 3  $\frac{n^2}{n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \infty \Rightarrow n \in \mathcal{O}(n^2), \mathcal{O}(n) \subsetneq \mathcal{O}(n^2).$

# Beispiele

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$  ist korrekt

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$  ist korrekt

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$  ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$  ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$  ist falsch:

# Beispiele

- $n \in \mathcal{O}(n^2)$  korrekt, aber ungenau:  
 $n \in \mathcal{O}(n)$  und sogar  $n \in \Theta(n)$ .
- $3n^2 \in \mathcal{O}(2n^2)$  korrekt, aber unüblich:  
Konstanten weglassen:  $3n^2 \in \mathcal{O}(n^2)$ .
- $2n^2 \in \mathcal{O}(n)$  ist falsch:  $\frac{2n^2}{n} = 2n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty !$
- $\mathcal{O}(n) \subseteq \mathcal{O}(n^2)$  ist korrekt
- $\Theta(n) \subseteq \Theta(n^2)$  ist falsch:  $n \notin \Omega(n^2) \supset \Theta(n^2)$

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$  ?

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$  ?      ✗

# Quiz

$1 \in \mathcal{O}(15)$  ?      ✓ besser  $1 \in \mathcal{O}(1)$

$2n + 1 \in \Theta(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$\sqrt{n} \in \Omega(n)$  ?      ✗

$n \in \Omega(\sqrt{n})$  ?      ✓

$\sqrt{n} \notin \Theta(n)$  ?      ✓

$\mathcal{O}(\sqrt{n}) \subset \mathcal{O}(n)$  ?      ✓

$2^n \notin \mathcal{O}(\exp(n))$  ?      ✗

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine!

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse  $n$  lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...<sup>1</sup>

Komplexität	(speed $\times 10$ )	(speed $\times 100$ )
-------------	----------------------	-----------------------

$\log_2 n$		
------------	--	--

$n$		
-----	--	--

$n^2$		
-------	--	--

$2^n$		
-------	--	--

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse  $n$  lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...<sup>1</sup>

Komplexität	(speed $\times 10$ )	(speed $\times 100$ )
$\log_2 n$	$n \rightarrow n^{10}$	$n \rightarrow n^{100}$
$n$		
$n^2$		
$2^n$		

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse  $n$  lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...<sup>1</sup>

Komplexität	(speed $\times 10$ )	(speed $\times 100$ )
$\log_2 n$	$n \rightarrow n^{10}$	$n \rightarrow n^{100}$
$n$	$n \rightarrow 10 \cdot n$	$n \rightarrow 100 \cdot n$
$n^2$		
$2^n$		

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse  $n$  lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...<sup>1</sup>

Komplexität	(speed $\times 10$ )	(speed $\times 100$ )
$\log_2 n$	$n \rightarrow n^{10}$	$n \rightarrow n^{100}$
$n$	$n \rightarrow 10 \cdot n$	$n \rightarrow 100 \cdot n$
$n^2$	$n \rightarrow 3.16 \cdot n$	$n \rightarrow 10 \cdot n$
$2^n$		

# Quiz: Eine gute Strategie?

... dann kaufe ich mir eben eine neue Maschine! Wenn ich heute ein Problem der Grösse  $n$  lösen kann, dann kann ich mit einer 10 oder 100 mal so schnellen Maschine...<sup>1</sup>

Komplexität	(speed $\times 10$ )	(speed $\times 100$ )
$\log_2 n$	$n \rightarrow n^{10}$	$n \rightarrow n^{100}$
$n$	$n \rightarrow 10 \cdot n$	$n \rightarrow 100 \cdot n$
$n^2$	$n \rightarrow 3.16 \cdot n$	$n \rightarrow 10 \cdot n$
$2^n$	$n \rightarrow n + 3.32$	$n \rightarrow n + 6.64$

<sup>1</sup>Um das zu sehen, setzt man jeweils  $f(n') = c \cdot f(n)$  ( $c = 10$  oder  $c = 100$ ) und löst nach  $n'$  auf.

# Asymptotische Laufzeiten mit $\Theta$

```
void run(int n){  
    for (int i = 1; i<n; ++i)  
        for (int j = 1; j<n; ++j)  
            op();  
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

# Asymptotische Laufzeiten mit $\Theta$

```
void run(int n){  
    for (int i = 1; i<n; ++i)  
        for (int j = i; j<n; ++j)  
            op();  
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

# Asymptotische Laufzeiten mit $\Theta$

```
void run(int n){  
    for (int i = 1; i<n; ++i){  
        op();  
        for (int j = i; j<n; ++j)  
            op();  
    }  
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

# Asymptotische Laufzeiten mit $\Theta$

```
void run(int n){  
    for(int i = 1; i <= n; ++i)  
        for(int j = 1; j*j <= n; ++j)  
            for(int k = n; k >= 2; --k)  
                op();  
}
```

Wie oft wird `op()` aufgerufen?

# **3. Programmieraufgabe**

# Summe in Subintervall (naiver Algorithmus)

**Input:** Eine Folge von  $n$  Zahlen  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  und Subintervall

$$I = [x_0, x_1]$$

**Output:**  $\sum_{i=x_0}^{x_1} a_i.$

$\mathcal{S} \leftarrow 0$

**for**  $i \in \{x_0, \dots, x_1\}$  **do**

$\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} + a_i$

**return**  $\mathcal{S}$

# Summe in Subintervall (naiver Algorithmus)

**Input:** Eine Folge von  $n$  Zahlen  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  und Subintervall

$$I = [x_0, x_1]$$

**Output:**  $\sum_{i=x_0}^{x_1} a_i.$

$\mathcal{S} \leftarrow 0$

**for**  $i \in \{x_0, \dots, x_1\}$  **do**

$\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} + a_i$

**return**  $\mathcal{S}$

## Idee

- Benutze die Präfixsumme um für beliebige Subintervalle die Summe in konstanter Komplexität zu berechnen.
- Verallgemeinere in zwei Dimensionen.

# Mehrdimensionale Vektoren

## Definition

```
std::vector< std::vector<int> > my_vec( n_rows,  
std::vector<int>(n_cols,init_value) );
```

## Indexierung

```
my_vec[row][col]
```

# Klassen

```
class Insurance { // Definition
public: // public section
    Insurance(double rate) {rate_ = rate;} // Konstruktor
    double get_rate() {return rate_;} // member function
private: // private section
    double rate_; // data member
};

int main() {
    Insurance insurance(2.);
    std::cout << insurance.get_rate();
    return 0;
}
```

Fragen oder Anregungen?