15. Zeiger, Algorithmen, Iteratoren und Container II

Iteration mit Zeigern, Felder: Indizes vs. Zeiger, Felder und Funktionen, Zeiger und const, Algorithmen, Container und Traversierung, Vektor-Iteratoren, Typedef, Mengen, das Iterator-Konzept

Zur Erinnerung: Mit Zeigern übers Feld

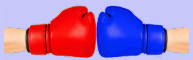
Beispiel

```
int a[5] = {3, 4, 6, 1, 2};
for (int* p = a; p < a+5; ++p)
   std::cout << *p << ' '; // 3 4 6 1 2
```

- Ein Feld ist in einen Zeiger konvertierbar.
- Zeiger kennen Arithmetik und Vergleiche.
- Zeiger können dereferenziert werden.

$\Rightarrow$ Mit Zeigern kann man auf Feldern operieren.

Felder: Indizes vs. Zeiger

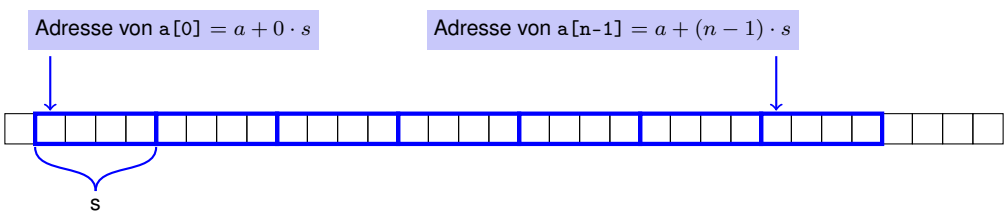


```
int a[n];

// Aufgabe: setze alle Elemente auf 0

// Lösung mit Indizes ist lesbarer
for (int i = 0; i < n; ++i)
    a[i] = 0;

// Lösung mit Zeigern ist schneller und allgemeiner
int* begin = a;  // Zeiger aufs erste Element
int* end = a+n;  // Zeiger hinter das letzte Element
for (int* p = begin; p != end; ++p)
   *p = 0;
```

Felder und Indizes

```
// Setze alle Elemente auf value
for (int i = 0; i < n; ++i)
   a[i] = value;
```

Berechnungsaufwand



$\Rightarrow$ Eine **Addition** und eine **Multiplikation** pro Element

Die Wahrheit über wahlfreien Zugriff

Der Ausdruck

```
a[i]
```

ist äquivalent zu

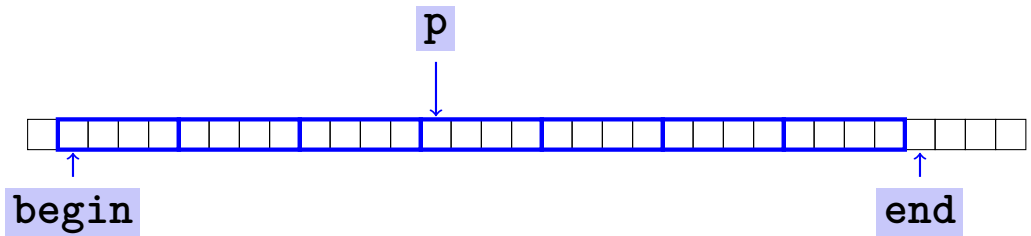
```
*(a + i)
```

$$a + i \cdot s$$

Felder und Zeiger

```
// Setze alle Elemente auf value
for (int* p = begin; p != end; ++p)
   *p = value;
```

Berechnungsaufwand



$\Rightarrow$ eine **Addition** pro Element

Ein Buch lesen . . . mit Indizes . . . mit Zeigern

Wahlfreier Zugriff

- öffne Buch auf S.1
- Klappe Buch zu
- öffne Buch auf S.2-3
- Klappe Buch zu
- öffne Buch auf S.4-5
- Klappe Buch zu
- ....

Sequentieller Zugriff

- öffne Buch auf S.1
- blättere um
- blättere um
- blättere um
- blättere um
- blättere um
- ...

Felder in Funktionen

Konvention der Standard-Bibliothek: Übergabe eines Feldes (oder eines Feldausschnitts) mit zwei Zeigern:

- `begin`: Zeiger auf das erste Element
- `end`: Zeiger *hinter* das letzte Element
- `[begin, end)` bezeichnet die Elemente des Feldausschnitts
- *Gültiger* Bereich heisst: hier “leben” wirklich Feldelemente
- `[begin, end)` ist leer, wenn `begin == end`

Felder in Funktionen: fill

```
// PRE: [begin, end) ist ein gueltiger Bereich
// POST: Jedes Element in [begin, end) wird auf value gesetzt
void fill (int* begin, int* end, int value) {
  for (int* p = begin; p != end; ++p)
     *p = 0;
}
  ...

int a[5];
fill (a, a+5, 1);
for (int i=0; i<5; ++i)
  std::cout << a[i] << " ";  // 1 1 1 1 1
```

Erwartet Zeiger auf das erste Element eines Bereichs

Übergabe der Adresse (des ersten Elements) von a

Zeigerwerte sind keine Ganzzahlen

- Adressen können als „Hausnummern des Speichers”, also als Zahlen interpretiert werden.
- Ganzzahl- und Zeigerarithmetik verhalten sich aber unterschiedlich.

`ptr + 1` ist *nicht* die nächste Hausnummer, sondern die s-nächste, wobei s der Speicherbedarf eines Objekts des Typs ist, der `ptr` zugrundeliegt.

- Zeiger und Ganzzahlen sind nicht kompatibel:

```
int* ptr = 5; // Fehler: invalid conversion from int to int*
int a = ptr;  // Fehler: invalid conversion from int* to int
```

Null-Zeiger

- spezieller Zeigerwert, der angibt, dass noch auf kein Objekt gezeigt wird
- repräsentiert durch die ganze Zahl 0 (konvertierbar nach `T*`)

```
int* iptr = 0;
```

- kann nicht dereferenziert werden (prüfbar zur Laufzeit)
- zur Vermeidung undefinierten Verhaltens

```
int* iptr; // iptr zeigt ‘‘ins Nirvana’’
int j = *iptr; // Illegale Adresse in *
```

Zeigersubtraktion

- Wenn *p1* und *p2* auf Elemente desselben Arrays `a` mit Länge n zeigen
- und $0 \leq k_1, k_2 \leq n$ die Indizes der Elemente sind, auf die *p1* und *p2* zeigen, so gilt

p1 - p2 hat den Wert k_1 - k_2

↑

Nur gültig, wenn *p1* und *p2* ins gleiche Feld zeigen.

- Die Zeigerdifferenz beschreibt, „wie weit die Elemente voneinander entfernt sind”

Zeigeroperatoren

Beschreibung	Op	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität	Zuordnung
Subskript	`[]`	2	17	links	R-Werte → L-Wert
Dereferenzierung	`*`	1	16	rechts	R-Wert → L-Wert
Adresse	`&`	1	16	rechts	L-Wert → R-Wert

Präzedenzen und Assoziativitäten von +, −, ++ (etc.) wie in Kapitel 2

Mutierende Funktionen

- Zeiger können (wie auch Referenzen) für Funktionen mit Effekt verwendet werden.

Beispiel

```
int a[5];
fill(a, a+5, 1); // verändert a
```

Übergabe der Adresse des Elements hinter `a`

Übergabe der Adresse (des ersten Elements) von `a`

- Solche Funktionen heissen *mutierend*

Const-Korrektheit

- Es gibt auch *nicht* mutierende Funktionen, die nur lesend auf Elemente eines Feldes zugreifen

```
// PRE: [begin , end) is a valid and nonempty range
// POST: the smallest value in [begin, end) is returned
int min (const int* begin ,const int* end)
{
    assert (begin != end);
    int m = *begin; // current minimum candidate
    for (const int* p = ++begin; p != end; ++p)
        if (*p < m) m = *p;
    return m;
}
```

- Kennzeichnung mit `const`: Objekte können durch solche `const`-Zeiger nicht im Wert verändert werden.

`const` ist nicht absolut

- Der Wert an einer Adresse kann sich ändern, auch wenn ein `const`-Zeiger diese Adresse speichert.

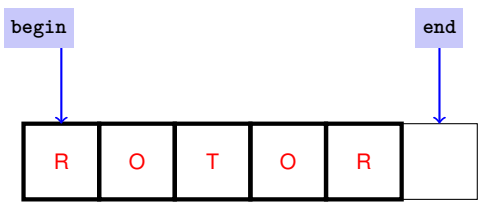
beispiel

```
int a[5];
const int* begin1 = a;
int*       begin2 = a;
*begin1 = 1;    // Fehler: *begin1 ist const
*begin2 = 1;    // ok, obwohl sich damit auch *begin1 ändert
```

- `const` ist ein Versprechen lediglich aus Sicht des `const`-Zeigers, keine absolute Garantie.

Wow – Palindrome!

```
// PRE: [begin end) is a valid range of characters
// POST: returns true if the range forms a palindrome
bool is_palindrome (const char* begin, const char* end) {
  while (begin < end)
    if (*(begin++) != *(--end)) return false;
  return true;
}
```



Algorithmen

Für viele alltägliche Probleme existieren vorgefertigte Lösungen in der Standardbibliothek.

Beispiel: Füllen eines Feldes

```
#include <algorithm> // needed for std::fill
...

int a[5];
std::fill (a, a+5, 1);

for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << a[i] << " "; // 1 1 1 1 1
```

Algorithmen

Vorteile der Verwendung der Standardbibliothek

- Einfachere Programme
- Weniger Fehlerquellen
- Guter, schneller Code
- Code unabhängig vom Datentyp (nächste Folie)
- Es existieren natürlich auch Algorithmen für schwierigere Probleme, wie z.B. das (effiziente) Sortieren eines Feldes

Algorithmen

Die gleichen vorgefertigten Algorithmen funktionieren für viele verschiedene Datentypen.

Beispiel: Füllen eines Feldes

```
#include <algorithm> // needed for std::fill
...

char c[3];
std::fill (c, c+3, "!");

for (int i=0; i<3; ++i)
    std::cout << c[i]; // !!!
```

Exkurs: Templates

- Templates erlauben die Angabe eines Typs als Argument
- Der Compiler deduziert den passenden Typ aus den Aufrufargumenten

Beispiel: `fill` mit Templates

```
template <typename T>
void fill (T* begin , T* end, T value) {
    for (T* p = begin; p != end; ++p)
        *p = value;
}
int a[5];
fill (a, a+5, 1);   // 1 1 1 1 1

char c[3];
fill (c, c+3, '!'); // !!!
```

Die eckigen Klammern kennen wir schon von `std::vector<int>`. Vektoren sind auch als Templates realisiert.

Auch `std::fill` ist als Template realisiert!

Container und Traversierung

- **Container:** Behälter (Feld, Vektor,...) für Elemente
- **Traversierung:** Durchlaufen eines Containers
  - Initialisierung der Elemente (`fill`)
  - Suchen des kleinsten Elements (`min`)
  - Prüfen von Eigenschaften (`is_palindrome`)
  - ...
- Es gibt noch viele andere Container (Mengen, Listen,...)

Werkzeuge zur Traversierung

- Felder: Indizes (wahlfrei) oder Zeiger (natürlich)
- Feld-Algorithmen (`std::`) benutzen Zeiger

```
int a[5];
std::fill (a, a+5, 1);   // 1 1 1 1 1
```

- Wie traversiert man Vektoren und andere Container?

```
std::vector<int> v[5];
std::fill (?, ?, 1);   // 1 1 1 1 1
```

Vektoren: *too sexy for pointers*

- Unser `fill` mit Templates funktioniert für Vektoren nicht...
- ...und `std::fill` so auch nicht:

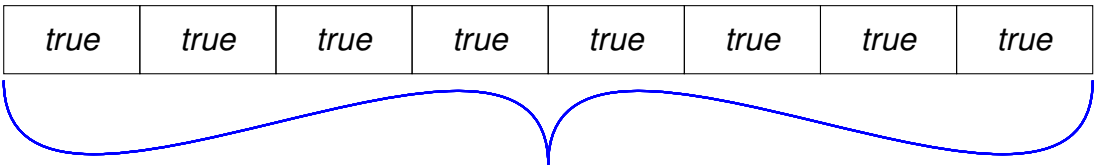
```
std::vector<int> v[5];
std::fill (v, v+5, 1);   // Fehlermeldung des Compilers !
```

Vektoren sind was Besseres...

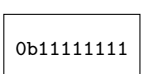
- Sie lassen sich weder in Zeiger konvertieren,...
- ...noch mit Zeigern traversieren.
- Das ist ihnen viel zu primitiv.🙂

Auch im Speicher: Vektor $\neq$ Feld

```
bool a[8] = {true, true, true, true, true, true, true, true};
```




```
std::vector<bool> v (8, true);
```



1 Byte

`bool*`-Zeiger passt hier nicht, denn er läuft byteweise, nicht bitweise!

Vektor-Iteratoren

Iterator: ein “Zeiger”, der zum Container passt.

Beispiel: Füllen eines Vektors mit `std::fill` – so geht’s!

```
#include <vector>
#include <algorithm> // needed for std::fill

...
std::vector <int> v(5);
std::fill (v.begin(), v.end(), 1);
for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << v[i] << " "; // 1 1 1 1 1
```

Vektor-Iteratoren

Für jeden Vektor sind zwei *Iterator-Typen* definiert.

- `std::vector<int>::const_iterator`
  - für nicht-mutierenden Zugriff
  - analog zu `const int*` für Felder
- `std::vector<int>::iterator`
  - für mutierenden Zugriff
  - analog zu `int*` für Felder
- Ein Vektor-Iterator `it` ist kein Zeiger, verhält sich aber so:
  - zeigt auf ein Vektor-Element und kann dereferenziert werden (`*it`)
  - kennt Arithmetik und Vergleiche (`++it`, `it+2`, `it < end`,...)

Vektor-Iteratoren: `begin()` und `end()`

- `v.begin()` zeigt auf das erste Element von `v`
- `v.end()` zeigt hinter das letzte Element von `v`
- Damit können wir einen Vektor traversieren...

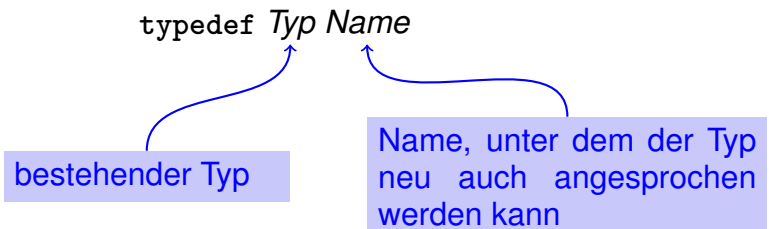
```
for (std::vector<int>::const_iterator it = v.begin();
                                      it != v.end(); ++it)
    std::cout << *it << " ";
```

- ...oder einen Vektor füllen.

```
std::fill (v.begin(), v.end(), 1);
```

Typnamen in C++ können laaaaaaaang werden

- `std::vector<int>::const_iterator`
- Dann hilft die Deklaration eines *Typ-Alias* mit



Beispiele

```
typedef std::vector<int> int_vec;
typedef int_vec::const_iterator Cvit;
```

Vektor-Iteratoren funktionieren wie Zeiger

```
typedef std::vector<int>::const_iterator Cvit;

std::vector<int> v(5, 0); // 0 0 0 0 0

// output all elements of a, using iteration
for (Cvit it = v.begin(); it != v.end(); ++it)
    std::cout << *it << " ";
```

Vektor-Element, auf das `it` zeigt

Vektor-Iteratoren funktionieren wie Zeiger

```
typedef std::vector<int>::iterator Vit;

// manually set all elements to 1
for (Vit it = v.begin(); it != v.end(); ++it)
    *it = 1;

// output all elements again, using random access
for (int i=0; i<5; ++i)
    std::cout << v[i] << " ";
```

Inkrementieren des Iterators

Kurzschreibweise für `*(v.begin()+i)`

Andere Container: Mengen (Sets)

- Eine Menge ist eine ungeordnete Zusammenfassung von Elementen, wobei jedes Element nur einmal vorkommt.

$$\{1, 2, 1\} = \{1, 2\} = \{2, 1\}$$

- C++: `std::set<T>` für eine Menge mit Elementen vom Typ `T`

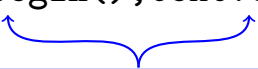
Mengen: Beispiel einer Anwendung

- Stelle fest, ob ein gegebener Text ein Fragezeichen enthält und gib alle im Text vorkommenden *verschiedenen* Zeichen aus!

Buchstabensalat (1)

Fasse den Text als Menge von Buchstaben auf:

```
#include<set>
...
typedef std::set<char>::const_iterator Csit;
...
std::string text =
"What are the distinct characters in this string?";

std::set<char> s (text.begin(),text.end());
```



Menge wird mit *String-Iterator-Bereich* `[text.begin(), text.end())` initialisiert

Buchstabensalat (2)

Stelle fest, ob der Text ein Fragezeichen enthält und gib alle im Text enthaltenen Buchstaben aus

Suchalgorithmus, aufrufbar mit beliebigem Iterator-Bereich

```
// check whether text contains a question mark
if (std::find (s.begin(), s.end(), '?') != s.end())
    std::cout << "Good question!\n";

// output all distinct characters
for (Csit it = s.begin(); it != s.end(); ++it)
    std::cout << *it;
```

Ausgabe:

```
Good question!
?Wacdeghinrst
```

Mengen und Indizes?

- Kann man Mengen mit wahlfreiem Zugriff traversieren? Nein.

```
for (int i=0; i<s.size(); ++i)
    std::cout << s[i];
```

Fehlermeldung: no subscript operator

- Mengen sind ungeordnet.
  - Es gibt kein "i-tes Element".
  - Iteratorvergleich `it != s.end()` geht, nicht aber `it < s.end()`!

Das Konzept der Iteratoren

C++kennt verschiedene Iterator-Typen

- Jeder Container hat einen zugehörigen Iterator-Typ
- Alle können dereferenzieren (`*it`) und traversieren (`++it`)
- Manche können mehr, z.B. wahlfreien Zugriff (`it[k]`, oder äquivalent `*(it + k)`), rückwärts traversieren (`--it`),...

Das Konzept der Iteratoren

Jeder Container-Algorithmus der Standardbibliothek ist *generisch*. Das heisst:

- Der Container wird per Iterator-Bereich übergeben
- Der Algorithmus funktioniert für alle Container, deren Iteratoren die Anforderungen des Algorithmus erfüllen
- `std::find` erfordert z.B. nur `*` und `++`
- Implementationsdetails des Containers sind nicht von Bedeutung

Warum Zeiger und Iteratoren?

Würde man nicht diesen Code

```
for (int i=0; i<n; ++i)
    a[i] = 0;
```

gegenüber folgendem Code bevorzugen?

```
for (int* ptr=a; ptr<a+n; ++ptr)
    *ptr = 0;
```

Vielleicht, aber um (hier noch besser!) das generische `std::fill(a, a+n, 0);` benutzen zu können, *müssen* wir mit Zeigern arbeiten.

Warum Zeiger und Iteratoren?

Zur Verwendung der Standardbibliothek muss man also wissen:

- statisches Feld `a` ist zugleich ein Zeiger auf das erste Element von `a`
- `a+i` is ein Zeiger auf das Element mit Index i

Verwendung der Standardbibliothek mit anderen Containern:
Zeiger $\Rightarrow$ Iteratoren

Warum Zeiger und Iteratoren?

Beispiel: Zum Suchen des kleinsten Elementes eines Containers im Bereich $[\mathrm{begin}, \mathrm{end})$ verwende

```
std::min_element(begin, end)
```

- Gibt einen *Iterator* auf das kleinste Element zurück.
- Zum Auslesen des kleinsten Elementes muss man noch dereferenzieren:

```
*std::min_element(begin, end)
```

Darum Zeiger und Iteratoren

- Selbst für Nichtprogrammierer und “dumme” Nur-Benutzer der Standardbibliothek: Ausdrücke der Art
  `*std::min_element(begin, end)`
  lassen sich ohne die Kenntnis von Zeigern und Iteratoren nicht verstehen.
- Hinter den Kulissen der Standardbibliothek ist das Arbeiten mit dynamischem Speicher auf Basis von Zeigern unvermeidbar. Mehr dazu später in der Vorlesung!

16. Rekursion 1

Rekursive Funktionen, Korrektheit, Terminierung, Aufrufstapel

Mathematische Rekursion

- Viele mathematische Funktionen sind sehr natürlich rekursiv definierbar.
- Das heisst, die Funktion erscheint in ihrer eigenen Definition.

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1)!, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Rekursion in C++: Genauso!

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1)!, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

```
// POST: return value is n!
unsigned int fac (const unsigned int n)
{
  if (n <= 1)
    return 1;
  else
    return n * fac (n-1);
}
```

Unendliche Rekursion

- ist so schlecht wie eine Endlosschleife...
- ...nur noch schlechter (“verbrennt” Zeit und Speicher)

```
void f()
{
  f(); // f() -> f() -> ... stack overflow
}
```

Rekursive Funktionen: Terminierung

Wie bei Schleifen brauchen wir

- Fortschritt Richtung Terminierung

`fac(n)`:
terminiert sofort für $n \leq 1$, andernfalls wird die Funktion rekursiv mit Argument < n aufgerufen.

„n wird mit jedem Aufruf kleiner."

Rekursive Funktionen: Auswertung

Beispiel: `fac(4)`

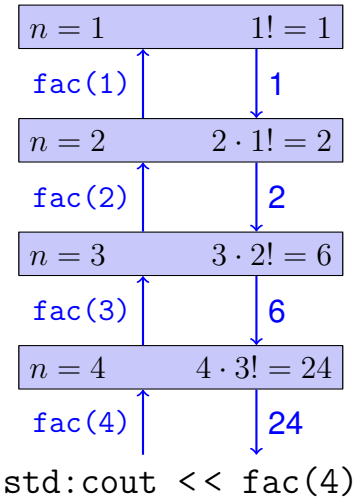
```
// POST: return value is n!
unsigned int fac (const unsigned int n)
{
  if (n <= 1) return 1;
  return n * fac(n-1); // n > 1
}
```

Initialisierung des formalen Arguments: $n = 4$
Rekursiver Aufruf mit Argument $n - 1 == 3$

Der Aufrufstapel

Bei jedem Funktionsaufruf:

- Wert des Aufrufarguments kommt auf einen Stapel
- Es wird immer mit dem obersten Wert gearbeitet
- Am Ende des Aufrufs wird der oberste Wert wieder vom Stapel gelöscht



Euklidischer Algorithmus

- findet den grössten gemeinsamen Teiler $\gcd(a, b)$ zweier natürlicher Zahlen a und b
- basiert auf folgender mathematischen Rekursion (Beweis im Skript):

$$\gcd(a, b) = \begin{cases} a, & \text{falls } b = 0 \\ \gcd(b, a \bmod b), & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Euklidischer Algorithmus in C++

$$\gcd(a,b) = \begin{cases} a, & \text{falls } b = 0 \\ \gcd(b, a \bmod b), & \text{andernfalls} \end{cases}$$

```
unsigned int gcd
 (const unsigned int a, const unsigned int b)
{
  if (b == 0)
    return a;
  else
    return gcd (b, a % b);
}
```

Terminierung: $a \bmod b < b$, also wird b in jedem rekursiven Aufruf kleiner.

Fibonacci-Zahlen

$$F_n := \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 0 \\ 1, & \text{falls } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2}, & \text{falls } n > 1 \end{cases}$$

$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \ldots$

Fibonacci-Zahlen in C++

Laufzeit

`fib(50)` dauert „ewig”, denn es berechnet
F_{48} 2-mal, F_{47} 3-mal, F_{46} 5-mal, F_{45} 8-mal, F_{44} 13-mal,
F_{43} 21-mal ... F_1 ca. 10^9 mal (!)

```
unsigned int fib (const unsigned int n)
{
  if (n == 0) return 0;
  if (n == 1) return 1;
  return fib (n-1) + fib (n-2); // n > 1
}
```

Korrektheit und Terminierung sind klar.

Schnelle Fibonacci-Zahlen

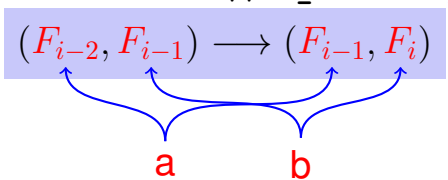
Idee:

- Berechne jede Fibonacci-Zahl nur einmal, in der Reihenfolge $F_0, F_1, F_2, \ldots, F_n$!
- Merke dir jeweils die zwei letzten berechneten Zahlen (Variablen `a` und `b`)!
- Berechne die nächste Zahl als Summe von `a` und `b`!

Schnelle Fibonacci-Zahlen in C++

```
unsigned int fib (const unsigned int n){
  if (n == 0) return 0;
  if (n <= 2) return 1;
  unsigned int a = 1;  // F_1
  unsigned int b = 1;  // F_2
  for (unsigned int i = 3; i <= n; ++i)
  {
    unsigned int a_old = a;  // F_i-2
    a = b;                   // F_i-1
    b += a_old;              // F_i-1 += F_i-2 -> F_i
  }
  return b;
}
```

sehr schnell auch bei `fib(50)`



Rekursion und Iteration

Rekursion kann *immer* simuliert werden durch

- Iteration (Schleifen)
- expliziten „Aufrufstapel” (z.B. Feld).

Oft sind rekursive Formulierungen einfacher, aber manchmal auch weniger effizient.