Lernziele

- Sie wissen, wo Sie die Tabelle mit allen Operatoren finden
- Sie verstehen den Aufbau eines **Fliesskommazahlensystems**
- Sie können die **Binärdarstellung** von Fliesskommazahlen berechnen
- Sie kennen die wichtigsten Kontrollstrukturen un können diese korrekt andwenden
- Sie verstehen, wo eine Variable sichtbar ist, und können den **Gültigkeitsbereich** für eine Variable aufzeigen

6. Operatoren

Tabellarische Übersicht aller relevanten Operatoren

Operatoren: Tabelle

Beschreibung	Operator	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Objekt-Member Zugriff	`.`	2	16	links
Array Zugriff	`[ ]`	2	16	links
Methodenaufruf	`( )`	2	16	links
Postfix Inkrement/Dekrement	`++ --`	1	15	links
Präfix Inkrement/Dekrement	`++ --`	1	14	rechts
Plus, Minus, Logisches Nicht	`+ - !`	1	14	rechts
Typcast	`( )`	1	13	rechts
Objekterstellung	`new`	1	13	rechts
Multiplikativ	`* / %`	2	12	links
Additiv	`+ -`	2	11	links
Stringkonkatination	`+`	2	11	links
Vergleiche	`< <= > >=`	2	9	links
Typvergleich	`instanceof`	2	9	links
(Nicht-)Gleichheit	`== !=`	2	8	links
Logisches Und	`&&`	2	4	links
Logisches Oder	`||`	2	3	links
Konditional	`? :`	3	2	rechts
Zuweisungen	`= += -= *= /= %=`	2	1	rechts

Operatoren: Tabelle - Erklärungen

- Die Stelligkeit gibt die Anzahl der Operanden an
- Eine höhere Präzedenz bedeutet stärkere Bindung
- Bei gleicher Präzedenz wird gemäss der Assoziativität ausgewertet

7. Fliesskommazahlen

Fliesskommazahlensysteme;IEEE Standard;

Wir erinnern uns an letztes mal

```
public class Main {
  public static void main(String[] args) {
    Out.print("First number =? ");        Eingabe 1.1
    float n1 = In.readFloat();

    Out.print("Second number =? ");       Eingabe 1.0
    float n2 = In.readFloat();

    Out.print("Their difference =? ");    Eingabe 0.1
    float d = In.readFloat();

    Out.print("computed difference - input difference = ");
    Out.println(n1-n2-d);
  }
}
```

Ausgabe 2.2351742E-8

Ja was ist denn hier los?

Warum passiert das?

- Nicht alle reellen Zahlen können dargestellt werden
- Rundungsfehler können sich propagieren und verstärken im Verlauf der Programmausführung

$\Longrightarrow$ Wir wollen verstehen, warum dies der Fall ist!

Fliesskommazahlendarstellung

In Basis-β-Darstellung: $\pm\, d_0{\bullet}d_1 \ldots d_{p-1} \times \beta^e$,

Beispiel $\beta = 10$
Darstellungen der Dezimalzahl 0.24

$$2.4 \cdot 10^{-1} \quad \text{oder} \quad 0.24 \cdot 10^{0} \quad \text{oder} \quad 0.042 \cdot 10^{1} \quad \text{oder} \quad \ldots$$

Beispiel $\beta = 2$
Darstellungen der Binärzahl 0.11

$$1.1 \cdot 2^{-1} \quad \text{oder} \quad 0.11 \cdot 2^{0} \quad \text{oder} \quad 0.011 \cdot 2^{1} \quad \text{oder} \quad \ldots$$

Achtung Löcher im Wertebereich!

Beispiel: $\beta = 2$, 2 Nachkommastellen, nur positive Zahlen

$d_0 \bullet d_1 d_2$	$e = -2$	$e = -1$	$e = 0$	$e = 1$	$e = 2$
1.00_2	0.25	0.5	1	2	4
1.01_2	0.3125	0.625	1.25	2.5	5
1.10_2	0.375	0.75	1.5	3	6
1.11_2	0.4375	0.875	1.75	3.5	7

Binäre und dezimale Systeme

- Intern rechnet der Computer mit $\beta = 2$ (**binäres System**)
- Literale und Eingaben haben $\beta = 10$ (**dezimales System**)

$\Longrightarrow$ Eingaben müssen umgerechnet werden!

Hinweis

Das folgende Material im Kapitel Fliesskommazahlen dient zum besseren Verständnis, wird aber nicht geprüft.

Umrechnung dezimal $\rightarrow$ binär

Angenommen, $0 < x < 2$.

- Also: $x' = b_{-1} \bullet b_{-2} b_{-3} b_{-4} \ldots = 2 \cdot (x - b_0)$
- Schritt 1 (für x): Berechnen von b_0:

$$b_0 = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \geq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Schritt 2 (für x): Berechnen von $b_{-1}, b_{-2}, \ldots$:
  Gehe zu Schritt 1 (für $x' = 2 \cdot (x - b_0)$)

Binärdarstellung von 1.1

x	b_i	$x - b_i$	$2(x - b_i)$
1.1	$b_0 = 1$	0.1	0.2
0.2	$b_{-1} = 0$	0.2	0.4
0.4	$b_{-2} = 0$	0.4	0.8
0.8	$b_{-3} = 0$	0.8	1.6
1.6	$b_{-4} = 1$	0.6	1.2
1.2	$b_{-5} = 1$	0.2	0.4

$\Rightarrow 1.0\overline{0011}$, periodisch, **nicht** endlich

Binärdarstellungen von 1.1 und 0.1

- sind nicht endlich, also gibt es Fehler bei der Konversion in ein (endliches) binäres Fliesskommazahlensystem.
- `1.1f` und `0.1f` sind nicht 1.1 und 0.1, sondern geringfügig fehlerhafte Approximationen dieser Zahlen.

$$\texttt{1.1} = \underline{1.1000000000000000}888178\ldots$$
$$\texttt{1.1f} = \underline{1.1000000}238418\ldots$$

Rechnen mit Fliesskommazahlen

Beispiel $\beta = 2$, $p = 4$ (4 Stellen Genauigkeit):

$$\begin{aligned} & 1.111 \cdot 2^{-2} \\ + \quad & 1.011 \cdot 2^{-1} \\ \hline & = 1.001 \cdot 2^{0} \end{aligned}$$

1. Exponenten anpassen durch Denormalisieren einer Zahl 2. Binäre Addition der Signifikanden 3. Renormalisierung 4. Runden auf p signifikante Stellen, falls nötig

Der IEEE Standard 754 für `float`

- 1 Bit für das Vorzeichen
- 23 Bit für den Signifikanden (führendes Bit ist 1 und wird nicht gespeichert)
- 8 Bit für den Exponenten (256 mögliche Werte)(254 mögliche Exponenten, 2 Spezialwerte: 0, ∞,...)

$\Rightarrow$ insgesamt 32 Bit.

32-bit Darstellung einer Fliesskommazahl

$\pm$ Exponent Mantisse

$\pm$ $2^{-126}, \ldots, 2^{127}$ $1.00000000000000000000000$ $\cdots$ $1.11111111111111111111111$

$0, \infty, \ldots$

Der IEEE Standard 754 für `double`

- 1 Bit für das Vorzeichen
- 52 Bit für den Signifikanden (führendes Bit ist 1 und wird nicht gespeichert)
- 11 Bit für den Exponenten (2046 mögliche Exponenten, 2 Spezialwerte: 0, ∞,...)

$\Rightarrow$ insgesamt 64 Bit.

8. Kontrollanweisungen

Auswahlanweisungen, Iterationsanweisungen, Terminierung, Blöcke, Sichtbarkeit, Lokale Variablen, Switch-Answeisung

Anweisungen (Statements)

Eine Anweisung ist ...

- vergleichbar mit einem Satz in der natürlichen Sprache
- eine komplette Ausführungseinheit
- immer mit einem **Semikolon** abgeschlossen

```
f = 9f * celsius / 5 + 32 ;
```

Anweisungenarten

Gültige Anweisungen sind:

- Deklarationsanweisung
- Wertzuweisungen
- Inkrement / Dekrement Ausdrücke
- Methodenaufrufe
- Objekterzeugungs-Ausdrücke
- Nullanweisung

```
float aValue;
aValue = 8933.234;
aValue++;
Out.println(aValue);
new Student();
;
```


Blöcke

Ein Block ist …

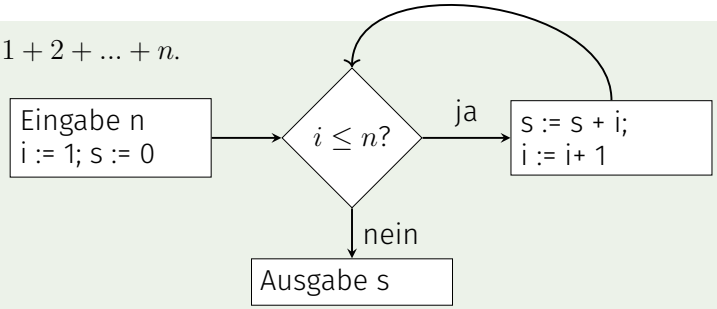
- eine Gruppe von Anweisungen
- überall erlaubt wo Anweisungen erlaubt sind
- durch geschweiften Klammern markiert

```
{
  statement1
  statement2
  ⋮
}
```


Kontrollfluss

- bisher *linear* (von oben nach unten)
- Für interessante Programme braucht man „Verzweigungen” und „Sprünge”.

Berechung von $1 + 2 + ... + n$.



Auswahlanweisungen

realisieren Verzweigungen

- **`if`** Anweisung
- **`if-else`** Anweisung

`if`-Anweisung

`if` (*condition*)
  statement

Ist *condition* wahr, dann wird *statement* ausgeführt.

```
int a = In.readInt();
if (a % 2 == 0) {
    Out.println("even");
}
```

- *statement*: beliebige Anweisung (*Rumpf* der **`if`**-Anweisung)
- *condition*: Ausdruck vom Typ **`boolean`**

`if-else`-Anweisung

`if` (*condition*)
  statement1
`else`
  statement2

Ist *condition* wahr, so wird *statement1* ausgeführt, andernfalls wird *statement2* ausgeführt.

```
int a = In.readInt();
if (a % 2 == 0){
    Out.println("even");
} else {
    Out.println("odd");
}
```

- *condition*: Ausdruck vom Typ **`boolean`**
- *statement1*: *Rumpf* des **`if`**-Zweiges
- *statement2*: *Rumpf* des **`else`**-Zweiges

Layout!

```
int a = In.readInt();
if (a % 2 == 0){
    Out.println("even");   <-- Einrückung
} else {
    Out.println("odd");    <-- Einrückung
}
```


Iterationsanweisungen

realisieren „Schleifen”:

- **`for`**-Anweisung
- **`while`**-Anweisung
- **`do`**-Anweisung

Beispiel: Berechne $1 + 2 + ... + n$

```
// input
Out.print("Compute the sum 1+...+n for n=?");
int n = In.readInt();

// computation of sum_{i=1}^n i
int s = 0;
for (int i = 1; i <= n; ++i){
    s += i;
}

// output
Out.println("1+...+" + n + " = " + s);
```


`for`-Anweisung: Syntax

`for` (*init* **`;`** *condition* **`;`** *expression*)
    statement

- *init*: Ausdrucksanweisung, Deklarationsanweisung, Nullanweisung
- *condition*: Ausdruck vom Typ **`boolean`**
- *expression*: beliebiger Ausdruck
- *statement* : beliebige Anweisung (*Rumpf* der for-Anweisung)

`for`-Anweisung: Semantik

`for` (*init* **`;`** *condition* **`;`** *expression*)
    statement

- *init* wird ausgeführt
- *condition* wird ausgewertet
  - **`true`**: Iteration beginnt
    statement wird ausgeführt
    expression wird ausgeführt
  - falsch: **`for`**-Anweisung wird beendet.

Beispiel: Harmonische Zahlen

- Die n-te Harmonische Zahl ist

$$H_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \approx \ln n.$$

- Diese Summe kann vorwärts oder rückwärts berechnet werden, was mathematisch gesehen natürlich äquivalent ist.

Beispiel: Harmonische Zahlen

```
Out.print("Compute H_n for n =? ");
int n = In.readInt();

float fs = 0;
for (int i = 1; i <= n; ++i){
    fs += 1.0f / i;
}
Out.println("Forward sum = " + fs);

float bs = 0;
for (int i = n; i >= 1; --i){
    bs += 1.0f / i;
}
Out.println("Backward sum = " + bs);
```


Beispiel: Harmonische Zahlen

Ergebnisse:

- ```
  Compute H_n for n =?  10000000
  Forward sum = 15.4037
  Backward sum = 16.686
  ```
- ```
  Compute H_n for n =?  100000000
  Forward sum = 15.4037
  Backward sum = 18.8079
  ```


Beispiel: Harmonische Zahlen

Beobachtung:

- Die Vorwärtssumme wächst irgendwann nicht mehr und ist "richtig" falsch.
- Die Rückwärtssumme approximiert H_n gut.

Erklärung:

- Bei $1 + 1/2 + 1/3 + \cdots$ sind späte Terme zu klein, um noch beizutragen.
- **Fliesskomma Regel 2**

Beispiel: Primzahltest

Def.: Eine natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl, wenn kein $d \in \{2, \ldots, n-1\}$ ein Teiler von n ist.

Eine Schleife, die das testet:

```
int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d) { }
```

Primzahltest: Terminierung

```
int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d) { }
```

- Fortschritt: Startwert `d=2`, dann in jeder Iteration plus 1 (`++d`)
- Abbruch: `n%d != 0` evaluiert zu `true` sobald ein Teiler erreicht wurde — spätestes, wenn `d == n`
- Fortschritt garantiert, dass Abbruchbedingung erreicht wird

Primzahltest: Korrektheit

```
int d;
for (d=2; n%d != 0; ++d) { } // for n >= 2
```

Jeder mögliche Teiler `2 <= d <= n` wird ausprobiert. Falls die Schleife mit `d == n` terminiert, dann und genau dann ist `n` prim.

Endlosschleifen

- Endlosschleifen sind leicht zu produzieren:

```
for ( ; ; ) ;
```

  - Die *leere condition* ist wahr.
  - Die *leere expression* hat keinen Effekt.
  - Die *Nullanweisung* hat keinen Effekt.

- ... aber nicht automatisch zu erkennen.

```
for ( e; v; e) r;
```


Halteproblem

Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt kein Java Programm, das für jedes Java- Programm P und jede Eingabe I korrekt feststellen kann, ob das Programm P bei Eingabe von I terminiert.

Das heisst, die Korrektheit von Programmen kann *nicht* automatisch überprüft werden.[3]

[3] Alan Turing, 1936. Theoretische Fragestellungen dieser Art waren für Alan Turing die Hauptmotivation für die Konstruktion seiner Rechenmaschine.

Beispiel: Die Collatz-Folge $(n \in \mathbb{N})$

- $n_0 = n$
- $n_i = \begin{cases} \frac{n_{i-1}}{2} & \text{, falls } n_{i-1} \text{ gerade} \\ 3n_{i-1}+1 & \text{, falls } n_{i-1} \text{ ungerade} \end{cases}, i \geq 1.$

n=5: 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ... (Repetition bei 1)

Die Collatz-Folge in Java

```
// Input
Out.println("Compute Collatz sequence, n =? ");
int n = In.readInt();

// Iteration
while (n > 1) {      // stop when 1 reached
    if (n % 2 == 0) { // n is even
        n = n / 2;
    } else {            // n is odd
        n = 3 * n + 1;
    }
    Out.print(n + " ");
}
```


Die Collatz-Folge in Java

```
n = 27:
82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484,
242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466,
233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890,
445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283,
850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238,
1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051,
6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300,
650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106,
53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
```


Die Collatz-Folge

Erscheint die 1 für jedes n?

- Man vermutet es, aber niemand kann es beweisen!
- Falls nicht, so ist die **`while`**-Anweisung zur Berechnung der Collatz-Folge für einige n theoretisch eine Endlosschleife!.

`while`-Anweisung: Warum?

- Bei **`for`**-Anweisung ist oft expression allein für den Fortschritt zuständig („Zählschleife”)

```
for (int i = 1; i <= n; ++i){
    s += i;
}
```

- Falls der Fortschritt nicht so einfach ist, kann **`while`** besser lesbar sein.

`while`-Anweisung: Semantik

`while` (*condition*)
statement

- *condition* wird ausgewertet
  - **`true`**: Iteration beginnt
    statement wird ausgeführt
  - **`false`**: **`while`**-Anweisung wird beendet.

`while` Anweisung

`while` (*condition*)
statement

- *statement*: beliebige Anweisung, Rumpf der **`while`** Anweisung.
- *condition*: Ausdruck vom Typ **`boolean`**.

`while` Anweisung

`while` (*condition*)
statement

ist äquivalent zu

`for` (; *condition* ;)
statement

Beispiel: Mini-Taschenrechner

```
int a;      // next input value
int s = 0; // sum of values so far
do {
    Out.print("next number =? ");
    a = In.readInt();
    s += a;
    Out.println("sum = " + s);
} while (a != 0);
```


`do` Anweisung

```
do
   statement
while ( condition )
```

- *statement*: beliebige Anweisung, Rumpf der **`do`** Anweisung.
- *condition*: Ausdruck vom Typ **`boolean`**.

`do` Anweisung

```
do
   statement
while ( condition )
```

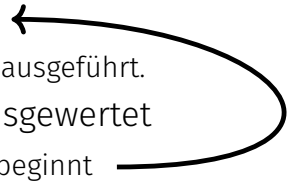
ist äquivalent zu

```
statement
while( condition )
       statement
```


`do`-Anweisung: Semantik

```
do
   statement
while ( condition )
```

- Iteration beginnt
  - *statement* wird ausgeführt.
- *condition* wird ausgewertet
  - **`true`**: Iteration beginnt
  - **`false`**: **`do`**-Anweisung wird beendet.



Blöcke

- Beispiel: Rumpf der main Funktion

```
public static void main(String[] args) {
    ...
}
```

- Beispiel: Schleifenrumpf

```
for (int i = 1; i <= n; ++i) {
    s += i;
    Out.println("partial sum is " + s);
}
```


Sichtbarkeit

Deklaration in einem Block ist ausserhalb des Blocks nicht „sichtbar".

```
public static void main(String[] args)
{
    {
        int i = 2;
    }
    Out.println(i); // Fehler: undeklarierter Name
}
```

main block, block, „Blickrichtung" ←

Kontrollanweisung definiert Block

Kontrollanweisungen verhalten sich in diesem Zusammenhang wie Blöcke.

```
public static void main(String[] args) {
{
    for (int i = 0; i < 10; ++i){
        s += i;
    }
    Out.println(i); // Fehler: undeklarierter Name
}
```

block

Gültigkeitsbereich einer Deklaration

Gültigkeitsbereich: Ab Deklaration bis Ende des Programmteils, der die Deklaration enthält.

Im Block

```
{
  ...
  int i = 2;
  ...
}
```

scope

Im Funktionsrumpf

```
void main(String[] args) {
  ...
  int i = 2;
  ...
}
```

scope

In Kontrollanweisung

```
for ( int i = 0; i < 10; ++i) {s += i; ... }
```

scope

Automatische Speicherdauer

Lokale Variablen (Deklaration in Block)

- werden bei jedem Erreichen ihrer Deklaration neu „angelegt", d.h.
  - Speicher / Adresse wird zugewiesen
  - evtl. Initialisierung wird ausgeführt
- werden am Ende ihrer deklarativen Region „abgebaut" (Speicher wird freigegeben, Adresse wird ungültig)

Lokale Variablen

```
public static void main(String[] args) {
    int i = 5;
    for (int j = 0; j < 5; ++j) {
        Out.println(++i); // outputs 6, 7, 8, 9, 10
        int k = 2;
        Out.println(--k); // outputs 1, 1, 1, 1, 1
    }
}
```

Lokale Variablen (Deklaration in einem Block) haben **automatische Speicherdauer**.

Zusammenfassung

- Auswahl (bedingte *Verzweigungen*)
  - **`if`** und **`if-else`**-Anweisung
- Iteration (bedingte *Sprünge*)
  - **`for`**-Anweisung
  - **`while`**-Anweisung
  - **`do`**-Anweisung
- Blöcke und Gültigkeit von Deklarationen

Äquivalenz von Iterationsanweisungen

Wir haben gesehen:

- **`while`** und **`do`** können mit Hilfe von **`for`** simuliert werden

Es gilt aber sogar:

- Alle drei Iterationsanweisungen haben die gleiche „Ausdruckskraft" (Skript).

Die „richtige” Iterationsanweisung

Ziele: Lesbarkeit, Prägnanz. Insbesondere

- Wenige Anweisungen
- Wenige Zeilen Code
- Einfacher Kontrollfluss
- Einfache Ausdrücke

Ziele sind oft nicht gleichzeitig erreichbar.

Beispiel: Ungerade Zahlen in $\{0, \ldots, 100\}$

Erster (korrekter) Versuch:

```
for (int i = 0; i < 100; ++i) {
    if (i % 2 == 0){
        continue;
    }
    Out.println(i);
}
```


Beispiel: Ungerade Zahlen in $\{0, \ldots, 100\}$

Weniger Anweisungen, **weniger** Zeilen:

```
for (int i = 0; i < 100; ++i) {
    if (i % 2 != 0){
      Out.println(i);
    }
}
```


Beispiel: Ungerade Zahlen in $\{0, \ldots, 100\}$

Weniger Anweisungen, **einfacherer** Kontrollfluss:

```
for (int i = 1; i < 100; i += 2) {
    Out.println(i);
}
```

Das ist hier die “richtige” Iterationsanweisung!

… one more thing …

Die `switch`-Anweisung

`switch` (*expression*)
statement

- *expression*: Ausdruck, konvertierbar in einen integralem Typ
- *statement* : beliebige Anweisung, in welcher **`case`** und **`default`**-Marken erlaubt sind, **`break`** hat eine spezielle Bedeutung.

```
int note;
...
switch (note) {
    case 6:
        Out.print("super!");
        break;
    case 5:
        Out.print("gut!");
        break;
    case 4:
        Out.print("ok!");
        break;
    default:
        Out.print("schade.");
}
```


Semantik der `switch`-Anweisung

`switch` (*expression*)
statement

- **`condition`** wird ausgewertet.
- Beinhaltet **`statement`** eine **`case`**-Marke mit (konstantem) Wert von **`condition`**, wird dorthin gesprungen.
- Sonst wird, sofern vorhanden, an die **`default`**-Marke gesprungen. Wenn nicht vorhanden, wird **`statement`** übersprungen.
- Die **`break`**-Anweisung beendet die **`switch`**-Anweisung.

Kontrollfluss `switch` allgemein

Fehlt **`break`**, geht es mit dem nächsten Fall weiter.

7: Keine Note!
6: bestanden!
5: bestanden!
4: bestanden!
3: oops!
2: ooops!
1: oooops!
0: Keine Note!

```
switch (note) {
    case 6:
    case 5:
    case 4:
        Out.print("bestanden!");
        break;
    case 1:
        Out.print("o");
    case 2:
        Out.print("o");
    case 3:
        Out.print("oops!");
        break;
    default:
        Out.print("Keine Note!");
}
```

Rekapitulation: Kontrollflussanweisungen

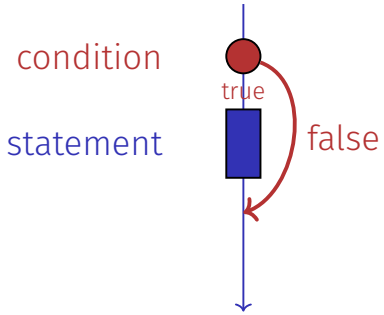
Die folgenden Slides veranschaulichen die unterschiedlichen Kontrollflussanweisungen.

Definition: Kontrollfluss

Reihenfolge der (wiederholten) Ausführung von Anweisungen

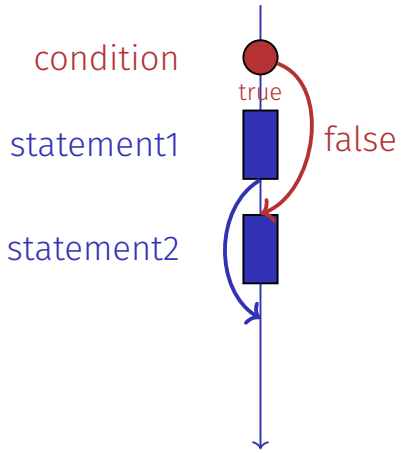
Kontrollfluss

- Grundsätzlich von oben nach unten…
- …ausser in Auswahl- und Kontrollanweisungen



`if` (*condition*)
    statement

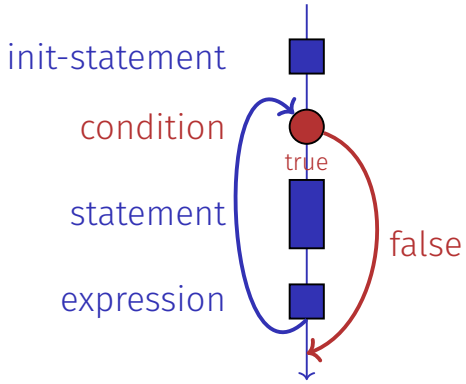
Kontrollfluss **`if else`**



`if` (*condition*)
    statement1
`else`
    statement2

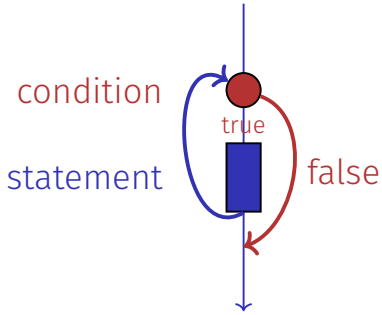
Kontrollfluss `for`

`for` (*init statement* *condition* **`;`** *expression*)
statement



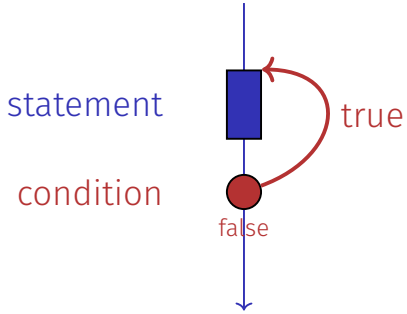
Kontrollfluss `while`

`while` (condition)
statement



Kontrollfluss `do while`

`do`
statement
`while` (condition)



Kontrollfluss `switch`